

تجزیه و تحلیل سیستم‌ها (سیگنال‌ها و سیستم‌ها)



Presented by: Dr. Maleki Fall 2012 <http://sun.semnan.ac.ir/~maleki>

به نام یگانه ایزد بی همتا

مبحث اول:

مفاهیم سیگنال و سیستم‌ها

2

فهرست مطالب

- ← تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ویژگی‌های سیستم‌ها

3

تعریف سیستم:

مجموعه‌ای دارای ورودی‌ها و خروجی‌ها که رابطه‌ای بین ورودی‌ها و خروجی‌های آن برقرار است. این رابطه، نحوه عملکرد سیستم را مشخص می‌کند.



4

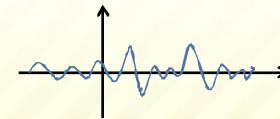
مثال: مدار RC در نقش فیلتر پایین گذر

5

تعریف سیگنال:

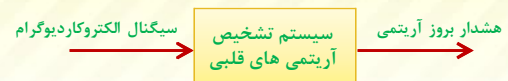
- محرک‌ها و پاسخ‌های سیستم را سیگنال می‌گویند.
- سیگنال، الگوی تغییرات یک کمیت فیزیکی (ولتاژ، جریان، فشار، دما، نیرو، موقعیت، سرعت، شتاب و...) بر حسب یک یا چند متغیر مستقل است.

متغیر مستقل معمولا یکی و آن هم ، زمان است.



6

مثال: سیستم تشخیص آریتمی‌های قلبی



7

مثال: سیستم کنترل سطح بیهوشی

8

مثال: سیستم تعلیق خودرو

9

مثال: سیستم آموزشی دانشگاه

10

مثال: سیستم اقتصادی کشور

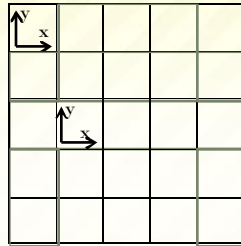
11

مثال: سیستم بهبود تصویر

تصویر دریافتی از حسگر → سیستم بهبود تصویر → تصویر بهبود یافته

12

مثال: سیگنال تصویر به عنوان سیگنالی با دو متغیر مستقل



13

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ویژگی‌های سیستم‌ها

14

سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان گسسته:



15

مثال: سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته

برای هر یک از موارد زیر در مورد زمان-پیوسته یا زمان-گسسته بودن سیگنال نظر دهید:

- الف: ولتاژ روی یک خازن در یک مدار RLC **زمان-پیوسته (آنالوگ)**
- ب: تعداد لحظه ای لامپ‌های روشن در یک ساختمان **زمان پیوسته کوانتیزه شده**
- ج: توان لحظه ای مصرفی در یک ساختمان **زمان-پیوسته (آنالوگ)**
- د: نمره میان ترم دانشجویان یک درس در پورتال آموزشی **دیجیتال**
- ه: تعداد دانشجویان حاضر در جلسات کلاس یک درس **دیجیتال**
- و: طول قد دانشجویان در یک کلاس **زمان گسسته**

16

قرارداد:



$x(t)$: سیگنال زمان پیوسته

$x[n]$: سیگنال زمان گسسته

17

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال 
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ویژگی‌های سیستم‌ها

18


دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال:

- $x(t-t_0)$ ❖ جابجایی زمانی (time shift):
- $x(at)$ ❖ مقیاس زمانی (time scale):

19

مثال: دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال

برای سیگنال زمان-پیوسته‌ی $x(t)$ و سیگنال زمان-گسسته‌ی $x[n]$ داده شده، سیگنال‌های $x[\frac{2n}{3}]$ ، $x[\frac{n}{3}]$ ، $x[2n]$ ، $x[-n]$ ، $x(\frac{t}{3})$ ، $x(2t)$ ، $x(-t)$ را تعیین کنید.



20

نکته:



در هنگام مقیاس زمانی یک سیگنال زمان گسسته به نسبت $\frac{m_0}{n_0}$ و تعیین $x[\frac{m_0}{n_0}n]$ اگر m_0 و n_0 نسبت به هم اول باشند اهمیتی ندارد که ابتدا فشرده سازی را انجام دهیم یا گسترش؛ ولی در غیر این صورت حتماً بایستی ابتدا گسترش زمانی را انجام دهیم و سپس فشرده سازی را انجام دهیم.

21

تعیین سیگنال های $x(at+b)$ از سیگنال $x(t)$:

رهیافت نخست:

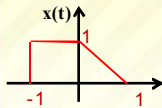
$$\begin{cases} x_1(t) = x(t+b) \\ x_2(t) = x_1(at) = x(at+b) \end{cases}$$

رهیافت دوم:

$$\begin{cases} x_1(t) = x(at) \\ x_2(t) = x_1(t + \frac{b}{a}) = x(a(t + \frac{b}{a})) = x(at+b) \end{cases}$$

22

مثال: دستکاری های متغیر مستقل سیگنال

برای سیگنال $x(t)$ داده شده، $x(\frac{1}{2}t-1)$ را تعیین و رسم نمایید.

23

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال های توان و انرژی
- سیگنال های زوج و فرد
- سیگنال های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال های پایه
- سیستم ها و نحوه ی اتصال آنها
- ویژگی های سیستم ها

24

تعریف توان و انرژی سیگنال:

۱. انرژی کل سیگنال :

زمان پیوسته: $E_{\infty} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$

زمان گسسته: $E_{\infty} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$

۲. توان متوسط سیگنال :

زمان پیوسته: $P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$

زمان گسسته: $P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$

برای سیگنال های متناوب داریم:

$$P_{\infty} = P_T = \frac{1}{T} \int_{\langle T \rangle} |x(t)|^2 dt$$

$$P_{\infty} = P_N = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} |x[n]|^2$$

25

تقسیم بندی سیگنال ها:

۱. سیگنال انرژی: اگر انرژی کل سیگنال مقداری محدود و غیر صفر باشد.

۲. سیگنال توان: اگر توان متوسط سیگنال مقداری محدود و غیر صفر باشد.

۳. سیگنال با توان متوسط بی نهایت: واضح است که انرژی کل نیز بی نهایت خواهد شد.

توان متوسط سیگنال های انرژی چقدر است؟



انرژی کل سیگنال های توان چقدر است؟



26

مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال

سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

27

مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال

سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq 1 \\ 0 & 1 < t \leq 2 \end{cases}, \quad x(t) = x(t+2)$$

28



مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال
سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

$x(t) = 4$ for all t


29



مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال
سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

$x(t) = t$


30



مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال
سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

$x(t) = Ae^{-t}u(t)$

31



مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال
سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

32

مثال: تعیین توان یا انرژی بودن سیگنال

سیگنال زیر سیگنال توان است، سیگنال انرژی است یا هیچکدام؟

 $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n = 1 \\ 3 & n = 2 \\ 0 & n = 3 \end{cases}, x[n] = x[n+4]$

33

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد 
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ویژگی‌های سیستم‌ها

34

سیگنال‌های زوج و فرد:


$x(t) = \text{even} \iff x(t) = x(-t)$

$x(t) = \text{odd} \iff x(t) = -x(-t)$

$x[n] = \text{even} \iff x[n] = x[-n]$

$x[n] = \text{odd} \iff x[n] = -x[-n]$

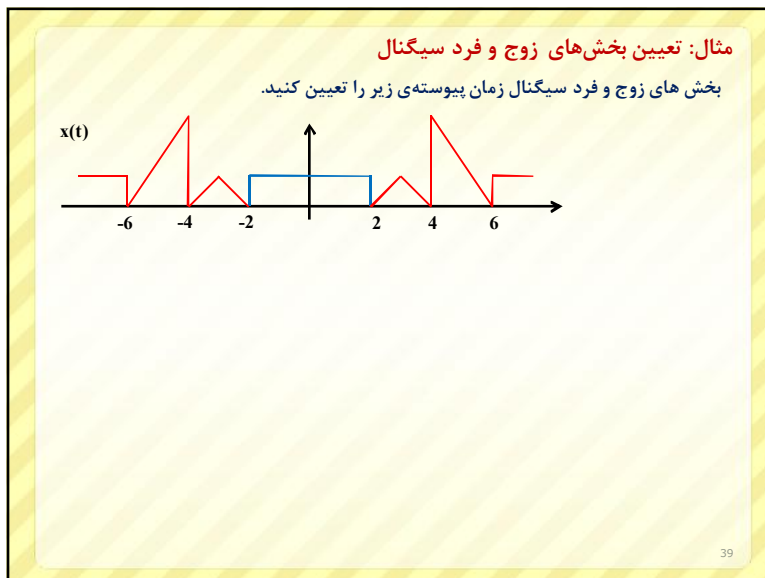
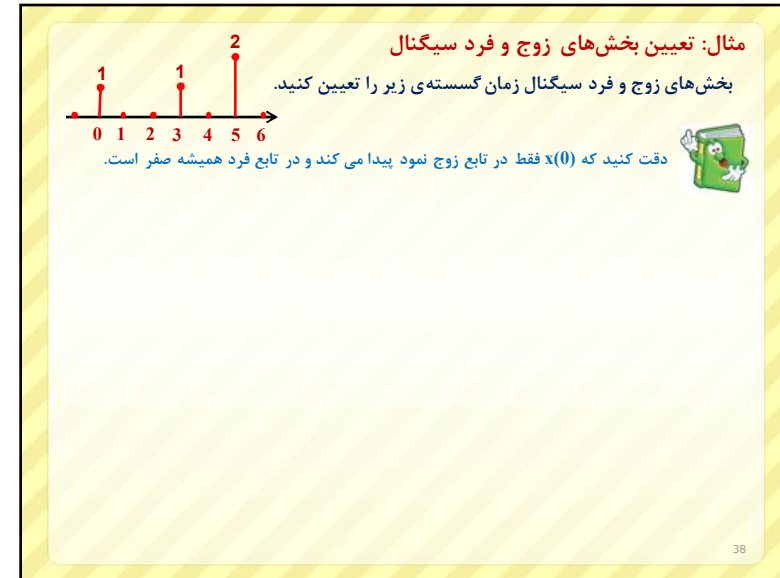
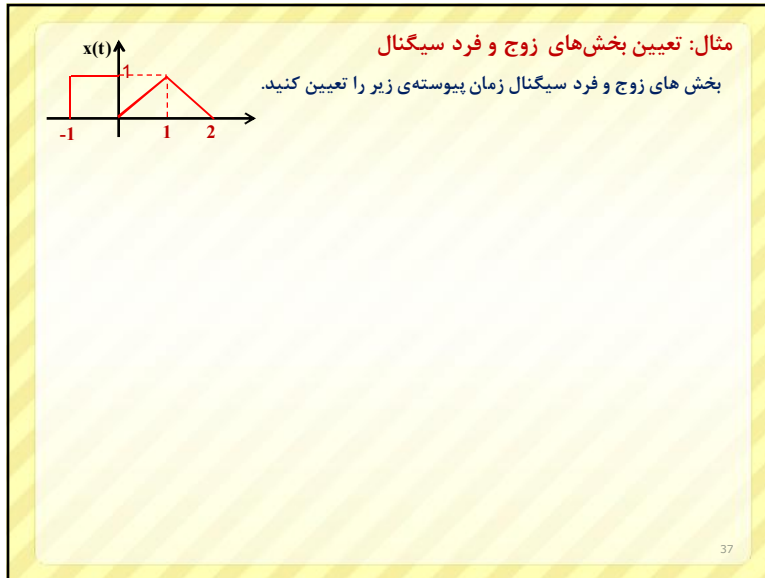
35

هر سیگنالی را می‌توان به یک بخش زوج و به یک بخش فرد تجزیه نمود. 

$x(t) = x_e(t) + x_o(t) \begin{cases} x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \\ x_o(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2} \end{cases}$

$x[n] = x_e[n] + x_o[n] \begin{cases} x_e[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2} \\ x_o[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2} \end{cases}$

36



- ویژگی‌های مربوط به تقارن‌های زوج و فرد سیگنال :**
- ۱- مقدار تابع فرد در صفر
 - ۲- حاصل ضرب سیگنال‌های زوج و فرد
 - ۳- انتگرال (مجموع) متقارن تابع زوج و تابع فرد
 - ۴- توصیف انرژی سیگنال بر اساس انرژی بخش‌های زوج و فرد سیگنال
- 40

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب 
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ویژگی‌های سیستم‌ها

41

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب:

در سیگنال‌های زمان-پیوسته، سیگنال را متناوب با دوره تناوب T گوئیم اگر:

$$x(t + T) = x(t)$$

در سیگنال‌های زمان-گسسته، سیگنال را متناوب با دوره تناوب N گوئیم اگر:

$$x[n + N] = x[n]$$

کوچکترین مقدار مثبت دوره‌ی تناوب (N یا T) را دوره‌ی تناوب اساسی گوئیم.



42

مثال: بررسی متناوب بودن و تعیین دوره‌ی تناوب سیگنال

متناوب بودن هر یک از سیگنال‌های زیر را بررسی نموده و در صورت متناوب بودن، دوره‌ی

تناوب اساسی آن را تعیین نمایید. الف) $x(t) = \cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$

ب) $x(t) = \cos\left(\frac{5}{3}t\right)$

43

مثال: بررسی متناوب بودن و تعیین دوره‌ی تناوب سیگنال

متناوب بودن هر یک از سیگنال‌های زیر را بررسی نموده و در صورت متناوب بودن، دوره‌ی

تناوب اساسی آن را تعیین نمایید. الف) $x[n] = \cos\left(\frac{5\pi}{3}n\right)$

ب) $x[n] = \cos\left(\frac{5}{3}n\right)$

44

مثال: بررسی متناوب بودن و تعیین دوره‌ی تناوب سیگنال

متناوب بودن هر یک از سیگنال‌های زیر را بررسی نموده و در صورت متناوب بودن، دوره‌ی

تناوب اساسی آن را تعیین نمایید.

الف) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-(2t+n)}$

ب) $x[n] = 16 \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta[n - 5m] + \cos\left(\frac{\pi n^2}{4}\right)$

45

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ویژگی‌های سیستم‌ها

46

معرفی سیگنال‌های پایه:

- ۱- سیگنال نمایی مختلط
- ۲- سیگنال پله واحد
- ۳- سیگنال ضربه واحد
- ۴- سیگنال شیب واحد
- ۵- سیگنال علامت
- ۶- سیگنال نمونه برداری
- ۷- پالس مستطیلی
- ۸- قطار ضربه
- ۹- سیگنال تصادفی

47

سیگنال نمایی مختلط زمان پیوسته:

$$x(t) = c e^{at}$$

حالت اول: $c, \alpha: \text{real}$

حالت دوم: $c: \text{real}, \alpha: \text{purely imaginary}$

حالت سوم: $c, \alpha: \text{complex}$

48

حالت اول ($c, \alpha = Real$):

49

حالت دوم ($c: real, \alpha: purely imaginary$):

50

حالت سوم ($c, \alpha : complex$)

$x(t) = ce^{\alpha t}$

$c = complex \rightarrow c = |c|e^{j\theta} \Rightarrow x(t) = |c|e^{j\theta} e^{(\sigma_0 + j\omega_0)t}$

$\alpha = complex \rightarrow \alpha = \sigma_0 + j\omega_0 \Rightarrow x(t) = |c|e^{\sigma_0 t} e^{j(\omega_0 t + \theta)}$

این همان حالت دوم است این همان حالت اول است

مثال:

اندازه سیگنال های زیر را رسم کنید.

$x(t) = e^{j3t} + e^{j2t}$

مثال:

سیگنال روبرو را رسم کنید.

$$x(t) = c \times e^{rt} \times \cos(\omega_0 t + \theta) \quad r > 0$$

نمایی مختلط زمان-گسسته ($x[n] = ca^n$):

حالت اول ($c, a = real$):

$x[n] = ca^n$

if $a < -1$

if $0 < a < 1$

if $-1 < a < 0$

if $a > 1$

حالت دوم ($c = real, a = e^{j\Omega_0}$):

$$x[n] = ca^n = ce^{j\Omega_0 n}$$

$$x[n] = c[\cos\Omega_0 n + j\sin\Omega_0 n]$$

نکته ۱: در این حالت $x[n] = ce^{j\Omega_0 n}$ ممکن است متناوب باشد یا نا متناوب باشد.

بر خلاف حالت زمان-پیوسته که سیگنال متناظر همواره متناوب بود. ←

نکته ۲: بر خلاف فرم زمان پیوسته که با افزایش ω_0 دوره ی تناوب همواره کاهش می یابد ولی در فرم زمان گسسته ظاهرا روند منظمی وجود ندارد.

حالت سوم ($c, a = complex$):

$$\left\{ \begin{array}{l} c, a = complex \\ c = |c|e^{j\varphi} \\ a = |a|e^{j\Omega_0} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x[n] = ca^n = |c|e^{j\varphi} \cdot |a|^n e^{j\Omega_0 n}$$

$$x[n] = |c| |a|^n \cdot e^{j(\Omega_0 n + \varphi)}$$

در حالت دوم بررسی شد. در حالت اول بررسی شد.

سیگنال پله واحد (unit step):

زمان پیوسته

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

زمان گسسته

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

سیگنال ضربه واحد (unit impulse):

زمان-پیوسته

مساحت زیر آن 1 است.

زمان-گسسته

ولی در زمان گسسته برعکس زمان پیوسته دقیقاً 1 است.

نکته: روابط روبرو را در باره سیگنال ضربه واحد دارد.

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}(u(t))$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau$$

نکته: برای فرم زمان گسسته رابطه روبرو را داریم.

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^n \delta[m]$$

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

نکته: روابط زیر را برای فرم زمان گسسته داریم که:

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^n \delta[m] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$

❖ نکته‌های سیگنال ضربه واحد زمان-پیوسته:

1. at $t = 0$, $\delta(t) \rightarrow \infty$
2. at $t \neq 0$, $\delta(t) = 0$
3. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = \int_{t_0^-}^{t_0^+} \delta(t - t_0) dt = 1$
4. $\delta(t)$: even, $\delta(t) = \delta(-t)$
5. $x(t) \cdot \delta(t - t_0) = x(t_0) \delta(t - t_0)$ (خاصیت غربالی ضربه)
6. $x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$ (ضرب کانولوشن)
7. $\delta'(t)$: odd $\rightarrow \delta'(t) = -\delta'(-t)$ (دوبلت)
8. $x(t) \delta'(t - t_0) = x(t_0) \delta'(t - t_0) - x'(t_0) \delta(t - t_0)$

مثال: ویژگی‌های ضربه واحد زمان- پیوسته

برقراری رابطه‌ی زیر را برای سیگنال ضربه واحد زمان- پیوسته اثبات کنید.

$$x(t) \delta'(t - t_0) = x(t_0) \delta'(t - t_0) - x'(t_0) \delta(t - t_0)$$

60

❖ نکته‌های سیگنال ضربه واحد-گسسته:

1. at $n = 0, \delta[n] = 1$
2. at $n \neq 0, \delta[n] = 0$
3. $\delta[n]: \text{even} \rightarrow \delta[n] = \delta[-n]$
4. $x[n] \cdot \delta[n - n_0] = x[n_0] \cdot \delta[n - n_0]$
5. $x[n] * \delta[n - n_0] = x[n - n_0]$



سیگنال شیب واحد (unit ramp):

زمان پیوسته $r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ زمان گسسته $r[n] = \begin{cases} n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$

نکته: رابطه‌ی سیگنال‌های شیب واحد و پله واحد:

$$u(t) = \frac{d}{dt}r(t)$$

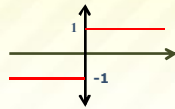
$$r(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$

$$u[n] = r[n + 1] - r[n],$$

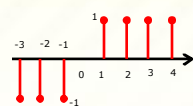
$$r[n] = \sum_{m=-\infty}^{n-1} u[m] = \sum_{m=1}^{\infty} u[n - m]$$

سیگنال علامت (signum):

$$sgn(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$



$$sgn[n] = \begin{cases} 1 & n > 0 \\ 0 & n = 0 \\ -1 & n < 0 \end{cases}$$



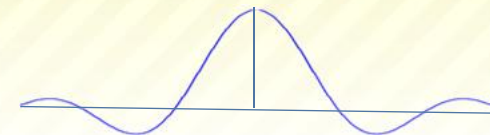
نکته: روابط روبرو را در مورد سیگنال علامت داریم:

$$sgn(t) = u(t) - u(-t)$$

$$sgn[n] = u[n] - u[-n]$$

سیگنال نمونه برداری (Sampling):

$$sa(t) = \frac{\sin t}{t}$$



$$sinc(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

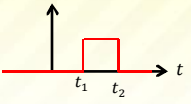
۳.۱۴ فشرده تر است



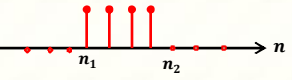
به نظر شما چرا سیگنال نمونه‌برداری به این نام نامگذاری شده است؟



پالس مستطیلی (rectangular pulse):





$p(t) = u(t - t_1) - u(t - t_2)$



$p[n] = u[n - n_1] - u[n - n_2]$

قطار ضربه:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0)$$


$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - kN_0]$$


مثال (سیگنال های پایه):

سیستمی را در نظر بگیرید که با رابطه $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$ توصیف شده است. پاسخ این سیستم را به ورودی داده شده را تعیین و ترسیم نمایید.

$$x(t) = \begin{cases} 2t + 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{all other} \end{cases}$$

مثال (کنکور ارشد ۸۷):

اگر $x_0(t)$ بیانگر قسمت فرد سیگنال $x(t)$ که در زیرنمایش داده شده است باشد در این صورت $\int_0^{\infty} x_0(t) dt$ برابر است با:

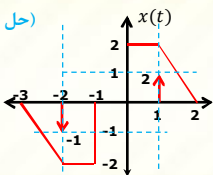
3.5 (b)

1 (d)

4.5 (a)

3 (c)

حل:



مثال (کنکور ارشد ۹۰):

حاصل انتگرال زیر که در آن $\delta(t)$ تابع ضربه واحد و $\delta'(t)$ مشتق آن باشد. چقدر است؟

(حل) $\int_{-\infty}^{\infty} [(t+2)\delta'(t+1) + (e^{-|t|} + t^2 + 2)\delta(e^{-|t|} + t^2 + 1)]dt$

(a) 2
(b) 1
(c) -1
(d) 0

فهرست مطالب

- تعریف سیگنال و سیستم
- سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- سیگنال‌های توان و انرژی
- سیگنال‌های زوج و فرد
- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- معرفی سیگنال‌های پایه
- سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها ←
- ویژگی‌های سیستم‌ها

70

سیستم‌ها و انواع آنها:

یادآوری تعریف سیستم:

مجموعه‌ای دارای ورودی‌ها و خروجی‌ها که رابطه‌ای بین ورودی‌ها و خروجی‌های آن برقرار است. این رابطه، نحوه عملکرد سیستم را مشخص می‌کند.

$x(t)$ → System → $y(t)$

سیستم زمان-پیوسته

سیستم زمان-گسسته

}

انواع سیستم

اتصال سیستم‌ها:

اتصال سری

اتصال موازی

اتصال فیدبکی (پس‌خور)

فهرست مطالب

- ✓ تعریف سیگنال و سیستم
- ✓ سیگنال‌های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- ✓ دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال
- ✓ سیگنال‌های توان و انرژی
- ✓ سیگنال‌های زوج و فرد
- ✓ سیگنال‌های متناوب و نامتناوب
- ✓ معرفی سیگنال‌های پایه
- ✓ سیستم‌ها و نحوه‌ی اتصال آنها
- ☐ ویژگی‌های سیستم‌ها 

73

ویژگی‌های سیستم‌ها :

- حافظه دار بودن
- وارون‌پذیری
- ویژگی علی بودن
- ویژگی پایداری
- تغییرپذیری با زمان
- خطی بودن

حافظه‌دار بودن

اگر پاسخ سیستم در هر زمان، تنها به ورودی در همان زمان وابسته باشد سیستم را بدون حافظه گوئیم در غیر این صورت، سیستم حافظه‌دار است.

مثال: بررسی متناوب بودن و تعیین دوره‌ی تناوب سیگنال

حافظه دار یا بدون حافظه بودن سیستم‌های زیر را بررسی کنید.

الف) بدون حافظه است. $y(t) = 4x(t) + x^2(t) + u(t+1) + \delta(t-2)$

ب) حافظه‌دار است. $y(t) = x(t) - x(t-1)$

ج) حافظه‌دار است. $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

د) حافظه‌دار است. $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$

مثال (ارشاد ۸۲):

- پاسخ یک سیستم زمان-گسسته خطی بدون حافظه به ورودی $x_1[n] = \delta[n] - 2\delta[n-1]$ برابر است با $y_1[n] = 2\delta[n-1]$ پاسخ این سیستم به ورودی $x_2[n] = \delta[n-1] - 2\delta[n-2]$ کدام-یک از گزینه های مقابل است؟
- a) $y_2[n] = 2\delta[n-2]$
 b) $y_2[n] = -2\delta[n-2]$
 c) $y_2[n] = \delta[n-2]$
 d) $y_2[n] = -\delta[n-1]$

وارون پذیری (invertability):

سیستم را وارون پذیر گوئیم اگر در پاسخ به ورودی های متفاوت، همواره خروجی های متفاوت ایجاد کند.

بنابراین اگر بتوان دو ورودی متفاوت یافت که پاسخ سیستم به آنها یکسان باشد، سیستم وارون ناپذیر است.




مثال: بررسی وارون پذیری

- کدام یک از سیستم های زیر وارون پذیر هستند؟
- الف) $y(t) = 5x(t)$ وارون پذیر $\Rightarrow y(t) = \frac{1}{5}x(t)$
 ب) $y(t) = x(5t)$ وارون پذیر $\Rightarrow y(t) = x(\frac{t}{5})$
 ج) $y[n] = x[5n]$ وارون ناپذیر
 د) $y(t) = a \cos(x(t))$ وارون ناپذیر
 ه) $y[n] = x[-n]$ وارون پذیر $\Rightarrow y[n] = x[-n]$
 و) $y[n] = nx[n]$ وارون ناپذیر
 ز) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n (\frac{1}{2})^{n-k} x[k]$ وارون پذیر $\Rightarrow y[n] = x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$
 ح) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ وارون ناپذیر
 ط) $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ وارون پذیر $\Rightarrow y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

مثال: بررسی وارون پذیری

- وارون پذیری سیستم های زیر را بررسی کنید و در صورت وارون پذیری، سیستم وارون آن را به دست آورید.
- الف) $y(t) = (t+2)x(t)$
 ب) $y(t) = (t+2)x(t) + x(t)\delta(t+2)$

مثال (ارشاد ۸۶): 

ضابطه بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ در دو سیستم زمان گسسته به صورت زیر است.

$$\text{System1: } y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

کدامیک وارون پذیر است؟

$$\text{System2: } y[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) x[n]$$

ویژگی علی بودن (Causality):

سیستمی را علی گویند اگر پاسخ سیستم در هر زمان به ورودی در همان زمان و/یا زمان‌های قبل وابسته باشد.

مثال: بررسی علی بودن

کدام یک از سیستم‌های زیر علی هستند؟

الف) $y(t) = 10x(t+3)$ غیرعلی است.

ب) $y[n] = 10x[n-1] - 12x[n-2] + 7x[n-3]$ علی است.

ج) $y(t) = x(\sin(t))$ غیرعلی است.

$$\text{at } t = -2\pi \rightarrow y(-2\pi) = x(\sin(-2\pi)) = x(0)$$

ویژگی ضد علی بودن (anticausality):

سیستمی را ضد علی گویند اگر پاسخ سیستم در هر زمان تنها به ورودی در همان زمان و/یا ورودی‌های آینده وابسته باشد.

مثال: بررسی ضدعلی بودن

کدام یک از سیستم های مثال قبل ضدعلی هستند؟

الف) $y(t) = 10x(t + 3)$

ب) $y[n] = 10x[n - 1] - 12x[n - 2] + 7x[n - 3]$

ج) $y(t) = x(\sin(t))$

ویژگی پایداری (Stability):

سیستم را پایدار گوئیم هر گاه پاسخ سیستم به هر ورودی کراندار همواره کراندار باشد.

$$|x(t)| < M \rightarrow |y(t)| < \infty$$

$$|x[n]| < M \rightarrow |y[n]| < \infty$$



توجه:
در این درس، پایداری BIBO مورد نظر
است.

واژه نامه

Bounded Input Bounded Output (BIBO) Stability پایداری ورودی کراندار خروجی کراندار

مثال: بررسی پایداری سیستم

کدام یک از سیستم های زیر پایدار است؟

الف) $y(t) = x(t) \cdot u(t - 5)$ پایدار

ب) $y[n] = nx[n]$ ناپایدار

ج) $y(t) = e^{x(t)}$ پایدار

د) $y(t) = x(t) \cdot e^t$ ناپایدار

ه) $y[n] = \sum_{k=m}^n x[k]$ ناپایدار

و) $y[n] = \sum_{k=n-m}^{n+m} x[k]$ پایدار

ز) $y(t) = \int_{-\infty}^t \tau e^{-|\tau|} x(\tau) d\tau$ پایدار

41

ویژگی های سیستم ها :

- حافظه دار بودن
- وارون پذیری
- ویژگی علی بودن
- ویژگی پایداری
- تغییرپذیری با زمان
- خطی بودن

ویژگی استقلال از زمان (Time invariance):

سیستم را مستقل از زمان گویند اگر پاسخ سیستم به زمان اعمال ورودی وابسته نباشد.



شیوهی بررسی :

فرض کنید $y(t)$ پاسخ سیستم به ورودی $x(t)$ باشد:

$$1- y(t - t_0) \text{ را محاسبه کنید.}$$

۲- پاسخ سیستم به ورودی $x(t - t_0)$ را تعیین کنید و آن را با $y_1(t)$ نشان دهید.

۳- سیستم مستقل از زمان است اگر $y_1(t) = y(t - t_0)$ باشد.

31

مثال: بررسی استقلال از زمان سیستم

استقلال از زمان سیستم های زیر را بررسی کنید. مستقل از زمان

الف) $y[n] = x[n + 2]$

ب) $y(t) = tx(t)$ وابسته به زمان

ج) $y[n] = \sum_{k=m}^n x[k]$ وابسته به زمان

د) $y[n] = x[n] + u[n]$ وابسته به زمان

ه) $y[n] = \sum_{k=n-m}^{n+m} x[k]$ مستقل از زمان

و) $y[n] = x[-2n]$ وابسته به زمان

ز) $y[n] = \text{odd}\{x[n]\}$ وابسته به زمان

41

ویژگی خطی بودن (Linearity):

سیستم را خطی گویند اگر جمع پذیر و همگن باشند.

جمع پذیری: فرض کنید پاسخ سیستم به ورودی های دلخواه $x_1(t)$ و $x_2(t)$ به ترتیب

$y_1(t)$ و $y_2(t)$ باشد. سیستم را جمع پذیر گوئیم اگر پاسخ آن به ورودی

$$x_1(t) + x_2(t) \text{ برابر } y_1(t) + y_2(t) \text{ باشد.}$$

همگن: فرض کنید پاسخ سیستم به ورودی دلخواه $x(t)$ برابر $y(t)$ باشد سیستم را

همگن گوئیم اگر پاسخ آن به ورودی $\alpha x(t)$ برابر $\alpha y(t)$ باشد.

شرط جمع پذیری: $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ $x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$
 $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$

شرط همگن: $x(t) \rightarrow y(t)$
 $\alpha x(t) \rightarrow \alpha y(t)$

شرط خطی: $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$
 $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$

31

مثال: بررسی خطی بودن سیستم

خطی بودن هر یک از سیستم های زیر را بررسی کنید.

الف) $y[n] = 12x[n]$ خطی

ب) $y(t) = (x(t))^2$ غیر خطی

ج) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$ خطی

د) $y(t) = x(t) \cdot u(t-1)$ خطی

ه) $y(t) = \sin(x(t))$ غیر خطی

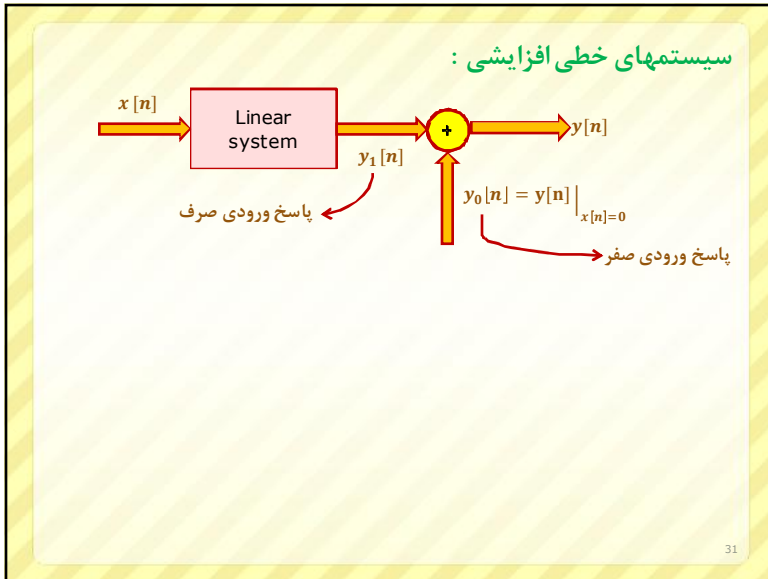
و) $y[n] = 5x[n] + 3$ غیر خطی

پاسخ ورودی صفر سیستم های خطی همواره برابر

صفر است. به عبارت دیگر، برای خطی بودن سیستم

لازم است پاسخ ورودی صفر سیستم برابر صفر باشد.





مثال: بررسی خطی افزایشی بودن سیستم

کدامیک از سیستم‌های غیر خطی مثال قبل، خطی افزایشی هستند؟

الف) $y[n] = 12x[n]$ **خطی**

ب) $y(t) = (x(t))^2$ **غیر خطی**

ج) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$ **خطی**

د) $y(t) = x(t) \cdot u(t-1)$ **خطی**

ه) $y(t) = \sin(x(t))$ **غیر خطی**

و) $y[n] = 5x[n] + 3$ **غیر خطی** خطی افزایشی

41

مثال: بررسی خطی افزایشی بودن سیستم

برای هر کدام از سیستم‌های زیر بررسی کنید که آیا سیستم خطی است یا غیرخطی. در صورتی که سیستم غیرخطی است بررسی کنید که آیا سیستم خطی افزایشی می‌باشد؟

الف)
$$y[n] = \begin{cases} \frac{n}{2}, & n: \text{even} \\ \frac{n-1}{2} + \sum_{k=-\infty}^{n-1} x[k], & n: \text{odd} \end{cases}$$

ب)
$$y[n] = \begin{cases} x[n] + 3 & x[n] \geq 0 \\ x[n] - 3 & x[n] < 0 \end{cases}$$

41

مثال: ویژگی‌های خطی و استقلال از زمان سیستم

پاسخ یک سیستم LTI (خطی و مستقل از زمان) به ورودی $x_1(t)$ برابر $y_1(t)$ است. پاسخ سیستم به ورودی $x_2(t)$ را بیابید؟

41

مثال (آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۸۹):



در مورد سیستمی که رابطه ی ورودی - خروجی آن به صورت زیر می باشد ، کدام گزینه

نادرست است ؟

$$y(t) = \begin{cases} 0 & , \quad x(t) < 0 \\ x(t) + x(t-2) & , \quad x(t) \geq 0 \end{cases}$$

الف) علی و پایدار

ب) غیر خطی و TI

ج) TI و معکوس ناپذیر

د) معکوس پذیر و حافظه دار

41

مثال (آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۸۸):



در یک سیستم زمان گسسته، رابطه ی بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ به صورت زیر

است این سیستم است .

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \delta[n-2k]$$

الف) تغییر ناپذیر با زمان و معکوس پذیر

ب) تغییر پذیر با زمان و معکوس پذیر

ج) تغییر پذیر با زمان و معکوس ناپذیر

د) تغییر ناپذیر با زمان و معکوس نا پذیر

41

فهرست مطالب

- ✓ تعریف سیگنال و سیستم
- ✓ سیگنال های زمان-پیوسته و زمان-گسسته
- ✓ دستکاری های متغیر مستقل سیگنال
- ✓ سیگنال های توان و انرژی
- ✓ سیگنال های زوج و فرد
- ✓ سیگنال های متناوب و نامتناوب
- ✓ معرفی سیگنال های پایه
- ✓ سیستم ها و نحوه ی اتصال آنها
- ✓ ویژگی های سیستم ها

99

از توجه شما سپاسگزارم



100