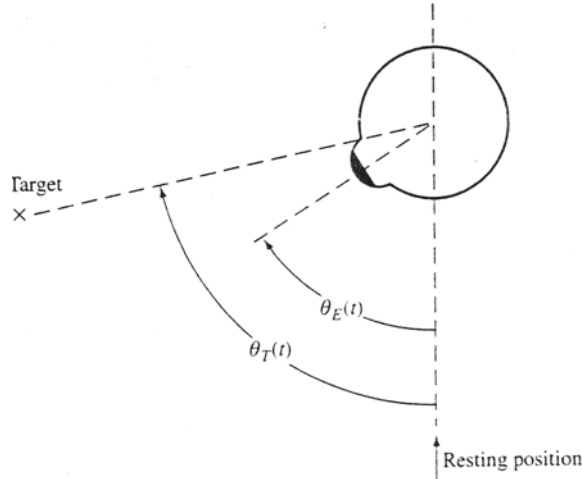


سری دوم تمرین‌های درس تجزیه و تحلیل سیستم‌ها

تمرین‌های نرم‌افزاری

۱- نمای از بالای یک چشم انسان را در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



ورودی $x(t)$ موقعیت زاویه‌ای $\theta_T(t)$ هدف^۱ و خروجی $y(t)$ موقعیت زاویه‌ای $\theta_E(t)$ چشم است. $\theta_T(t)$ و $\theta_E(t)$ نسبت به موقعیت استراحت^۲ سنجیده می‌شوند. فرض بر آن است که چشم تنها می‌تواند حول مرکز خود و در صفحه‌ی افق بچرخد. اگر هدف در فاصله‌ی بی‌نهایت دور قرار داشته باشد سیستم دو چشم نیز معادل این سیستم یک چشم خواهد بود. مدل ایده‌آل حرکت سریع چشم (که اصطلاحاً مدل ایده‌آل ساکاد^۳ نامیده می‌شود) با معادله‌های زیر توصیف می‌گردد:

$$T_C \frac{d\theta_E(t)}{dt} + \theta_E(t) = R(t)$$

$$R(t) = T_C \frac{d\theta_T(t-d)}{dt} + \theta_T(t-d)$$

که $R(t)$ نرخ آتش^۴ پتانسیل‌های عمل^۵ در عصب مربوط به عضله‌ی چشم، T_C نیروی بازتابی ویسکوآلاستیک^۶ کره‌ی چشم و d تاخیر زمانی سیستم اعصاب مرکزی^۷ را مشخص می‌کند. یک مقدار نوعی برای d برابر ۲۰۰ میلی‌ثانیه است. فرض کنید در زمان $t = 0$ ، هدف به طور ناگهانی از موقعیت استراحت به موقعیت A جابجا شود یعنی $\theta_T(t) = Au(t)$ که $u(t)$ تابع پله واحد است.

الف: با فرض $\theta_E(0) = 0$ ، $R(t)$ را برای $t > 0$ محاسبه کنید.

ب: با فرض $\theta_E(0) = 0$ ، $\theta_E(t)$ را برای $t > 0$ محاسبه کنید.

ج: بر اساس نتایج بند «ب»، آیا چشم روی موقعیت هدف جدید قفل می‌شود؟ توضیح دهید.

د: بندهای «الف»، «ب» و «ج» را برای حالتی که هدف در $t = 0$ با سرعت ثابت V شروع به حرکت می‌کند، یعنی $\theta_T(t) = Vtu(t)$ ، تکرار کنید.

¹ target

² resting position

³ ideal saccad model

⁴ firing rate

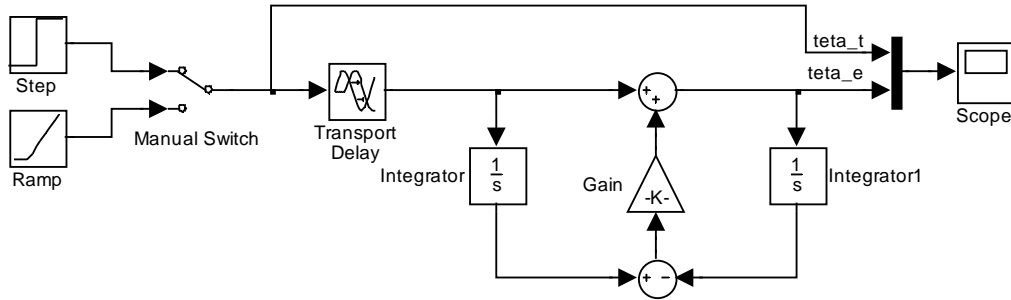
⁵ action potential

⁶ viscoelastic restoration force

⁷ central nervous system

ه : می خواهیم سیستم را با بلوک های تاخیر انتقال، انتگرال گیر، ضرب در عدد و جمع کننده توصیف نماییم. نمایش نمودار بلوکی سیستم را رسم کنید.

و : نمودار بلوکی سیستم را در نرم افزار SIMULINK پیاده سازی نمایید. مقادیر d و T_C را به ترتیب ۲۰۰ میلی ثانیه و ۱۰۰ میلی ثانیه در نظر بگیرید. ورودی های داده شده را به مدل اعمال کنید و شکل موج خروجی را به همراه شکل موج ورودی مشاهده نمایید. نتایج را تحلیل کنید.
راهنمایی:



۲- مدلی که در تمرین قبل مورد بررسی قرار گرفت مدلی ایده آل برای حرکت سریع چشم بود. مدل واقعی تر به صورت زیر می باشد:

$$T_e \frac{d\theta_E(t)}{dt} + \theta_E(t) = R(t)$$

$$R(t) = b\theta_T(t-d) - b\theta_T(t-d-c) + \theta_T(t-d)$$

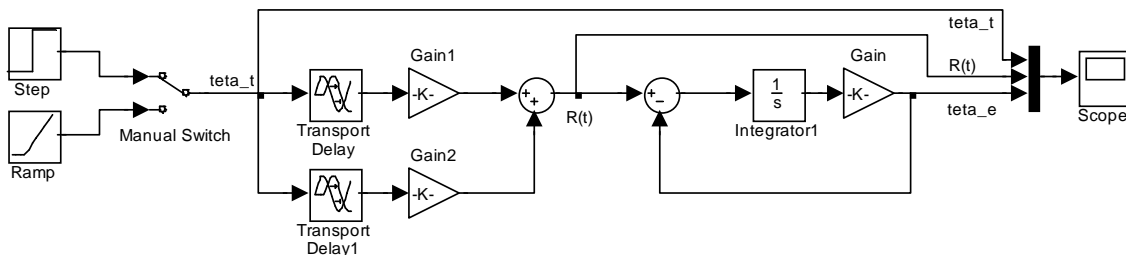
که $R(t)$ نرخ آتش پتانسیل های عمل در عصب عضله ی چشم، d تاخیر زمانی سیستم اعصاب مرکزی و T_e ، b و c مقادیر ثابت مثبت می باشند.

الف: فرض کنید در زمان $t = 0$ ، هدف به طور ناگهانی از موقعیت استراحت به موقعیت A جابجا شود یعنی $\theta_T(t) = Au(t)$. $\theta_E(0) = 0$ بدست آورید.

ب : با استفاده از نتایجی که در بند «الف» به دست آورده اید نشان دهید می توان مقداری برای b یافت به طوری که برای $t \geq d+c$ ، $\theta_E(t) = A$ شود یا به عبارت دیگر، چشم در زمان $t = d+c$ روی هدف قفل کند. این مقدار را b_{opt} می نامیم.

ه : می خواهیم سیستم را با بلوک های تاخیر انتقال، انتگرال گیر، ضرب در عدد و جمع کننده توصیف نماییم. نمایش نمودار بلوکی سیستم را رسم کنید.

و : نمودار بلوکی سیستم را در نرم افزار SIMULINK پیاده سازی نمایید. مقادیر d ، T_e ، c و b را به ترتیب ۲۰۰ میلی ثانیه، ۱۰۰ میلی ثانیه، ۱۰۰ میلی ثانیه و b_{opt} در نظر بگیرید. ورودی را به مدل اعمال کنید و شکل موج خروجی را به همراه شکل موج ورودی و شکل موج نرخ آتش پتانسیل های عمل مشاهده نمایید. نتایج را تحلیل کنید.
ه : بند «د» را با مقادیر $b = 2 * b_{opt}$ و $b = 0.5 * b_{opt}$ نیز تکرار کنید. تحلیل کردن نتایج را فراموش نکنید.
راهنمایی:



۳- یک وام پنج میلیون تومانی باید با اقساط مساوی ماهیانه D تومان بازپرداخت شود. بهره به صورت ماهیانه و با نرخ $14/4$ درصد در سال، روی باقیمانده‌ی بدهی محاسبه می‌شود.
الف: اگر دوره‌ی بازپرداخت وام سه ساله باشد مبلغ هر قسط و کل بازپرداخت را محاسبه کنید.
ب: اگر دوره‌ی بازپرداخت وام پنج ساله باشد مبلغ هر قسط و کل بازپرداخت را محاسبه کنید.
ج: با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و بر اساس نتایج بند «الف»، نمودار میزان بدهی را برای دوره‌ی سه ساله رسم کنید. بر روی همین شکل، مجموع اقساط پرداخت شده به اضافه‌ی میزان بدهی را نیز رسم کنید. شکل را به دقت بررسی کنید و برداشت‌های خود را از آن بنویسید.

۴- با استفاده از دستور conv در نرم‌افزار MATLAB، صحت محاسبات خود را برای موارد 2.21b (با $\alpha = 0.5$) و برای ۲۰ نمونه)، 2.21d و 2.43b (برای ۲۰ نمونه) از تمرین‌های تئوری بررسی کنید.