

حرکت کهید جوجن است احمی است  
آن که کهید جوجن باطل، اوستی است

# سیستم های فازی

6

Presented By: A. Maleki  
Spring 2011

## منطق فازی و استنتاج تقریبی

عنوان مطالب:

- مفاهیم منطق و استنتاج
- یادآوری منطق کلاسیک
- اصول منطق فازی
- قاعده‌ی ترکیبی استنتاج
- مثال‌ها

### مفاهیم منطق و استنتاج:

- منطق: روش‌ها و اصول استنتاج
- استنتاج: دستیابی به گزاره‌های جدید با استفاده از گزاره‌های موجود
- منطق فازی: برخلاف منطق کلاسیک که در آن مقدار درستی گزاره‌ها، صفر یا یک است در منطق فازی، می‌تواند هر مقداری در محدوده‌ی  $[0,1]$  داشته باشد.
- استنتاج تقریبی: دستیابی به گزاره‌های فازی جدید با استفاده از گزاره‌های فازی موجود یا دستیابی به نتایج نادقیق بر اساس مجموعه‌ای از دانسته‌های نادقیق

واژه‌نامه

approximate reasoning

استنتاج تقریبی

### یادآوری منطق کلاسیک:

○ در منطق کلاسیک، ارتباط بین گزاره‌ها معمولا به صورت جدول درستی بازنمایی می‌گردد.

مثال: جدول درستی برای اجتماع، اشتراک، استلزام، معادل بودن و منفی کردن.

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\bar{p}$
T	T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	F	T	T	T

واژه‌نامه

conjunction  
disjunction  
implication  
equivalence  
negation

اجتماع  
اشتراک  
استلزام  
معادل بودن  
منفی کردن

## یادآوری منطق کلاسیک:

○ پرکاربردترین **complete set of primitives**:

اجتماع، اشتراک و منفی کردن

(با ترکیب اجتماع، اشتراک و منفی کردن می توان دیگر توابع منطقی را ایجاد نمود.)

○ فرمول منطقی:

عبارتی جبری که از ترکیب اجتماع، اشتراک و منفی کردن به شیوه‌ای خاص ایجاد می‌گردد.

فرمول منطقی به طور بازگشتی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

۱- مقادیر درستی **1** و **0**، فرمول منطقی هستند.

۲- اگر **p** یک گزاره باشد آنگاه **p** و  $\sim p$  فرمول منطقی هستند.

۳- اگر **p** و **q** فرمول‌های منطقی باشند  $p \wedge q$  و  $p \vee q$  نیز فرمول منطقی هستند.

۴- فرمول‌های منطقی تنها به سه بند قبل محدود می‌گردد.

## یادآوری منطق کلاسیک:

**سوال:** برای **n** گزاره‌ی پایه، چه تعداد گزاره‌ی جدید می‌توان تعریف نمود؟

$2^n$  ترکیب متفاوت مقدار درستی

$2^{2^n}$  تابع منطقی (هر تابع منطقی یک گزاره‌ی جدید است.)

از آنجا که برای مقادیر بزرگ **n**، تعداد گزاره‌های جدید قابل تعریف فوق‌العاده زیاد است تمام توابع منطقی با تعداد محدودی عمل منطقی پایه نمایش می‌یابند. این مجموعه عمل‌های پایه، **complete set of primitives** نامیده می‌شوند.



واژه‌نامه

Logic function

تابع منطقی

## مثال:

نشان دهید فرمول‌های منطقی زیر درست‌نما هستند.

الف:  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$

ب:  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee \bar{p})$

p	q	$p \rightarrow q$	$\bar{p} \vee q$	$(p \wedge q) \vee \bar{p}$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee \bar{p})$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

## یادآوری منطق کلاسیک:

○ درست نما:

فرمول منطقی‌ای که مستقل از مقدار درستی گزاره‌های اصلی تشکیل دهنده‌ی آن، همواره درست باشد.

○ نقض:

فرمول منطقی‌ای که مستقل از مقدار درستی گزاره‌های اصلی تشکیل دهنده‌ی آن، همواره نادرست باشد.

واژه‌نامه

tautology

درست نما

contradiction

نقض

## یادآوری منطق کلاسیک:

○ قاعدهی استنتاج:

درست‌نمایی که به منظور استنتاج قیاسی به کار می‌رود.

○ پرکاربردترین قاعده‌های استنتاج:

1. Modus Ponens
2. Modus Tollens
3. Hypothetical Syllogism

واژه‌نامه

inference rule  
deductive inference

قاعدهی استنتاج  
استنتاج قیاسی

## قاعدهی استنتاج Modus Ponens

Premise 1: x is A

Premise 2: IF x is A THEN y is B

Conclusion: y is B

$$\frac{P \quad P \Rightarrow Q}{Q}$$

واژه‌نامه

premise  
conclusion

فرض مقدم  
نتیجه

## قاعدهی استنتاج Modus Tollens

Premise 1: y is not B

Premise 2: IF x is A THEN y is B

Conclusion: x is not A

## قاعدهی استنتاج Hypothetical Syllogism

Premise 1: IF x is A THEN y is B

Premise 2: IF y is B THEN z is C

Conclusion: IF x is A THEN z is C

**مثال:**

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism



**مثال:**

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
F	F	T	F	T
F	T	T	F	T
T	F	F	F	T
T	T	T	T	T



**مثال:**

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\bar{q} \wedge (p \rightarrow q)$	$[\bar{q} \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \bar{p}$
F	F	T	T	T
F	T	T	F	T
T	F	F	F	T
T	T	T	F	T



**مثال:**

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
F	F	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	T	T	T	T	T	T	T



## منطق فازی:

○ هدف نهایی منطق فازی:

استفاده از گزاره‌های نادقیق و انجام استنتاج تقریبی به منظور دستیابی به گزاره‌های نادقیق جدید.

○ اصل‌های اساسی منطق فازی:

1. Generalized Modus Ponens (GMP)
2. Generalized Modus Tollens (GMT)
3. Generalized Hypothetical Syllogism (GHS)

## قاعده‌ی استنتاج Generalized Modus Ponens

Premise 1:  $x$  is  $A'$

Premise 2: IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$

Conclusion:  $y$  is  $B'$

○ معیارهای شهودی:

	$x$ is $A'$ (Premise 1)	$y$ is $B'$ (Conclusion)
criterion p1	$x$ is $A$	$y$ is $B$
criterion p2	$x$ is very $A$	$y$ is very $B$
criterion p3	$x$ is very $A$	$y$ is $B$
criterion p4	$x$ is more or less $A$	$y$ is more or less $B$
criterion p5	$x$ is more or less $A$	$y$ is $B$
criterion p6	$x$ is not $A$	$y$ is unknown
criterion p7	$x$ is not $A$	$y$ is not $B$

واژه‌نامه

intuitive criteria

معیار شهودی

## نکاتی در رابطه با معیارهای شهودی:

	$x$ is $A'$ (Premise 1)	$y$ is $B'$ (Conclusion)
criterion p1	$x$ is $A$	$y$ is $B$
criterion p2	$x$ is very $A$	$y$ is very $B$
criterion p3	$x$ is very $A$	$y$ is $B$
criterion p4	$x$ is more or less $A$	$y$ is more or less $B$
criterion p5	$x$ is more or less $A$	$y$ is $B$
criterion p6	$x$ is not $A$	$y$ is unknown
criterion p7	$x$ is not $A$	$y$ is not $B$

○ معیارهای ۳ و ۵ مربوط به شرایطی است که ارتباط علت و معلولی بین  $x$  is  $A$  و  $y$  is  $B$  قوی نباشد.

○ معیار ۷ مربوط به تعبیر قاعده به صورت زیر است:

**IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$  ELSE  $y$  is not  $B$**

(اگرچه چنین ارتباطی در منطق کلاسیک معتبر نیست ولی در استنتاج‌های روزمره کاربرد دارد.)

○ ضرورتی ندارد تمام معیارهای شهودی برای یک نمونه مجموعه‌های فازی برقرار باشد.

## قاعده‌ی استنتاج Generalized Modus Tollens

Premise 1:  $y$  is  $B'$

Premise 2: IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$

Conclusion:  $x$  is  $A'$

○ معیارهای شهودی:

	$y$ is $B'$ (Premise 1)	$x$ is $A'$ (Conclusion)
criterion t1	$y$ is not $B$	$x$ is not $A$
criterion t2	$y$ is not very $B$	$x$ is not very $A$
criterion t3	$y$ is not more or less $B$	$x$ is not more or less $A$
criterion t4	$y$ is $B$	$x$ is unknown
criterion t5	$y$ is $B$	$x$ is $A$

## قاعدهی استنتاج Generalized Hypothetical Syllogism

Premise 1: IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$

Premise 2: IF  $y$  is  $B'$  THEN  $z$  is  $C$

Conclusion: IF  $x$  is  $A$  THEN  $z$  is  $C'$

○ معیارهای شهودی:

	$y$ is $B'$ (Premise 2)	$z$ is $C'$ (Conclusion)
criterion s1	$y$ is $B$	$z$ is $C$
criterion s2	$y$ is very $B$	$z$ is more or less $C$
criterion s3	$y$ is very $B$	$z$ is $C$
criterion s4	$y$ is more or less $B$	$z$ is very $C$
criterion s5	$y$ is more or less $B$	$z$ is $C$
criterion s6	$y$ is not $B$	$z$ is unknown
criterion s7	$y$ is not $B$	$z$ is not $C$

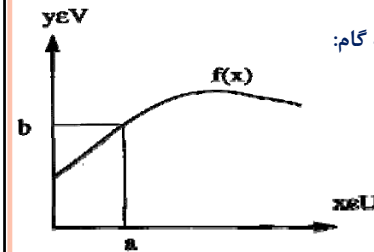
## قاعدهی ترکیبی استنتاج:

○ معرفی قاعدهی ترکیبی استنتاج در سه گام:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:



Inferring  $p = b$  from  $x = a$  and  $p = f(x)$

واژه نامه

Compositional rule of inference

قاعدهی ترکیبی استنتاج

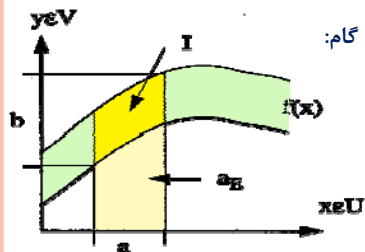
## قاعدهی ترکیبی استنتاج:

○ معرفی قاعدهی ترکیبی استنتاج در سه گام:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:



Inferring interval  $b$  from interval  $a$  and interval-valued function  $f(x)$ .

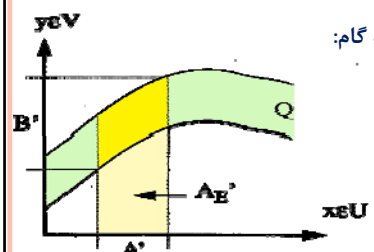
## قاعدهی ترکیبی استنتاج:

○ معرفی قاعدهی ترکیبی استنتاج در سه گام:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:



Inferring fuzzy set  $B'$  from fuzzy set  $A'$  and fuzzy relation  $Q$ .

$$\mu_{A'_E}(x, y) = \mu_{A'}(x)$$

$$\mu_{A'_E \circ Q}(x, y) = t[\mu_{A'_E}(x, y), \mu_Q(x, y)] = t[\mu_{A'}(x), \mu_Q(x, y)]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_Q(x, y)]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} [\mu_{A'}(x) * \mu_Q(x, y)]$$

### قاعدهی استنتاج Generalized Modus Ponens

- Premise 1:  $x$  is  $A'$                       fuzzy set  $A'$  in  $U$   
Premise 2: IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$    fuzzy relation  $A \rightarrow B$  in  $U \times V$   
Conclusion:  $y$  is  $B'$                       fuzzy set  $B'$  in  $V$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

### قاعدهی استنتاج Generalized Modus Tollens

- Premise 1:  $y$  is  $B'$                       fuzzy set  $B'$  in  $V$   
Premise 2: IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$    fuzzy relation  $A \rightarrow B$  in  $U \times V$   
Conclusion:  $x$  is  $A'$                       fuzzy set  $A'$  in  $U$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

### قاعدهی استنتاج Generalized Hypothetical Syllogism

- Premise 1: IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$    fuzzy relation  $A \rightarrow B$  in  $U \times V$   
Premise 2: IF  $y$  is  $B'$  THEN  $z$  is  $C$    fuzzy relation  $B' \rightarrow C$  in  $V \times W$   
Conclusion: IF  $x$  is  $A$  THEN  $z$  is  $C'$    fuzzy relation  $A \rightarrow C'$  in  $U \times W$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} t[\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z)]$$

### مثال:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام ضرب ممدانی برای قاعدهی فازی، استنتاج فازی  $B'$  متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعدهی استنتاج GMP تعیین نمایید. فرض کنید مجموعهی فازی  $A$  نرمال باشد.

الف:  $A' = A$

ب:  $A' = \text{very } A$

ج:  $A' = \text{more or less } A$

د:  $A' = \sim A$

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

الف:  $A' = A$

حل الف:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ب:  $A' = \text{very } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \min[\mu_A(x), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

ج:  $A' = \text{more or less } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \mu_A(x)\mu_B(y) \}$$

د:  $A' = \sim A$

$$\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$$

الف:  $A' = A$

حل ب:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ب:  $A' = \text{very } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \min[\mu_A^2(x), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

ج:  $A' = \text{more or less } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \mu_A(x) \cdot \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \}$$

د:  $A' = \sim A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \begin{cases} \mu_A^2(x) & \mu_A(x) \leq \mu_B(y) \\ \mu_A(x)\mu_B(y) & \mu_A(x) \geq \mu_B(y) \end{cases}$$

$$\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$$

الف:  $A' = A$

حل ج:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ب:  $A' = \text{very } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \min[\mu_A^{1/2}(x), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

ج:  $A' = \text{more or less } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \}$$

د:  $A' = \sim A$

$$\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$$

الف:  $A' = A$

حل د:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ب:  $A' = \text{very } A$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \{ \min[1 - \mu_A(x), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

ج:  $A' = \text{more or less } A$

$$1 - \mu_A(x_0) = \mu_A(x_0)\mu_B(y) \implies \mu_A(x_0) = \frac{1}{1 + \mu_B(y)}$$

د:  $A' = \sim A$

$$\mu_{B'}(y) = \frac{\mu_B(y)}{1 + \mu_B(y)}$$



### مثال ۲:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام زاده برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی B' متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GMP تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی A نرمال باشد.

الف: A' = A

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

### جمع‌بندی مثال ۱:

الف: A' = A  $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$

ب: A' = very A  $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$

ج: A' = more or less A  $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$

د: A' = ~A  $\mu_{B'}(y) = \frac{\mu_B(y)}{1 + \mu_B(y)}$

○ معیارهای شهودی:

	x is A' (Premise 1)	y is B' (Conclusion)
😊	criticon p1	x is A      y is B
☒	criticon p2	x is very A      y is very B
😊	criticon p3	x is very A      y is B
☒	criticon p4	x is more or less A      y is more or less B
😊	criticon p5	x is more or less A      y is B
☒	criticon p6	x is not A      y is unknown
☒	criticon p7	x is not A      y is not B

الف: B' = ~B

حل الف:

ب: B' = not very B

ج: B' = not more or less B

د: B' = B

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} \{ \min[1 - \mu_B(y), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

$$1 - \mu_B(y_0) = \mu_A(x)\mu_B(y_0) \implies \mu_B(y_0) = \frac{1}{1 + \mu_A(x)}$$

$$\mu_{A'}(x) = \frac{\mu_A(x)}{1 + \mu_A(x)}$$

### مثال ۳:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام ضرب ممدانی برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی A' متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GMT تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی B نرمال باشد.

الف: B' = ~B

ب: B' = not very B

ج: B' = not more or less B

د: B' = B

یادآوری:

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

الف:  $B' = \sim B$

حل ب:

ب:  $B' = \text{not very } B$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ج:  $B' = \text{not more or less } B$

$$\mu_{A'}(y) = \sup_{y \in V} \{ \min[1 - \mu_B^2(y), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

د:  $B' = B$

$$1 - \mu_B^2(y_0) = \mu_A(x)\mu_B(y_0) \implies \mu_B(y_0) = \frac{-\mu_A(x) \pm \sqrt{\mu_A^2(x) + 4}}{2}$$

$$\mu_{A'}(x) = \frac{-\mu_A^2(x) + \mu_A(x)\sqrt{\mu_A^2(x) + 4}}{2}$$

الف:  $B' = \sim B$

حل ج:

ب:  $B' = \text{not very } B$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ج:  $B' = \text{not more or less } B$

$$\mu_{A'}(y) = \sup_{y \in V} \{ \min[1 - \mu_B^{1/2}(y), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

د:  $B' = B$

$$1 - \mu_B^{1/2}(y_0) = \mu_A(x)\mu_B(y_0) \implies \mu_B^{1/2}(y_0) = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\mu_A(x)}}{2\mu_A(x)}$$

$$\mu_{A'}(x) = \frac{2\mu_A(x) + 1 - \sqrt{1 + 4\mu_A(x)}}{2\mu_A(x)}$$

الف:  $B' = \sim B$

حل د:

ب:  $B' = \text{not very } B$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)]$$

ج:  $B' = \text{not more or less } B$

$$\mu_{A'}(y) = \sup_{y \in V} \{ \min[\mu_B(y), \mu_A(x)\mu_B(y)] \}$$

د:  $B' = B$

$$\mu_{A'}(y) = \sup_{y \in V} \{ \mu_A(x)\mu_B(y) \}$$

$$\mu_{A'}(x) = \mu_A(x)$$

مثال ۴:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام ضرب ممدانی برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی  $B'$  متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GHS تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی  $B$  نرمال باشد.

الف:  $B' = B$  یادآوری:  $\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in U} t[\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z)]$

ب:  $B' = \text{very } B$

ج:  $B' = \text{more or less } B$   $\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \min[\mu_A(x)\mu_B(y), \mu_{B'}(y)\mu_C(z)] \}$

د:  $B' = \sim B$

الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B


د: B' = ~B

**حل الف:**

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} t[\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z)]$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \min[\mu_A(x) \mu_B(y), \mu_B(y) \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \mu_B(y) \min[\mu_A(x), \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \min[\mu_A(x), \mu_C(z)]$$


الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B


د: B' = ~B

**حل ب:**

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in U} t[\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z)]$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \min[\mu_A(x) \mu_B(y), \mu_B^2(y) \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \mu_B(y) \min[\mu_A(x), \mu_B(y) \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \min[\mu_A(x), \mu_C(z)]$$


الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B


د: B' = ~B

**حل ج:**

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in U} t[\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z)]$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \min[\mu_A(x) \mu_B(y), \mu_B^{1/2}(y) \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \mu_B^{1/2}(y) \min[\mu_B^{1/2}(y) \mu_A(x), \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \min[\mu_A(x), \mu_C(z)]$$


الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B


د: B' = ~B

**حل د:**

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in U} t[\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z)]$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} \{ \min[\mu_A(x) \mu_B(y), (1 - \mu_B(y)) \mu_C(z)] \}$$

$$\mu_A(x) \mu_B(y_0) = (1 - \mu_B(y_0)) \mu_C(z) \implies \mu_B(y_0) = \frac{\mu_C(z)}{\mu_A(x) + \mu_C(z)}$$

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \frac{\mu_A(x) \mu_C(z)}{\mu_A(x) + \mu_C(z)}$$


**مثال ۵:**

مجموعه‌های مرجع  $U = \{x_1, x_2, x_3\}$  و  $V = \{y_1, y_2\}$  را در نظر بگیرید. فرض کنید قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی **IF x is A THEN y is B** داده شده است. برای گزاره‌ی  $x \text{ is } A'$ ، با استفاده از قاعده‌ی استنتاج GMP و استلزام‌های فازی زیر، نتیجه‌ای

به فرم  $y \text{ is } B'$  به دست آورید.

الف: استلزام Dienes-Rescher  $A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3}$   $B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$

ب: استلزام Lukasiewicz  $A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

**حل الف:**

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3}$   $B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$

$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B)$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	1	0.5
$x_2$	1	0.4
$x_3$	1	0.4

ماتریس رابطه برای:

$A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.6	0.6
$x_2$	0.9	0.9
$x_3$	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B) \cap A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.6	0.5
$x_2$	0.9	0.4
$x_3$	0.7	0.4

تصویر  $(A \rightarrow B) \cap A'_E$  روی B  $B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.5}{y_2}$

الف: استلزام Dienes-Rescher  $A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3}$   $B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$

ب: استلزام Lukasiewicz  $A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

بر اساس استلزام Lukasiewicz  $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min\{1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)\}$

**حل ب:**

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B)$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	1	0.9
$x_2$	1	0.4
$x_3$	1	0.8

ماتریس رابطه برای:

$A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.6	0.6
$x_2$	0.9	0.9
$x_3$	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B) \cap A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.6	0.6
$x_2$	0.9	0.4
$x_3$	0.7	0.7

تصویر  $(A \rightarrow B) \cap A'_E$  روی B  $B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.7}{y_2}$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

**حل ج:**

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3}$   $B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$

$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$

بر اساس استلزام Zadeh  $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \max\{\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}, 1 - \mu_A(x)\}$

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B)$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.5	0.5
$x_2$	1	0.4
$x_3$	0.6	0.4

ماتریس رابطه برای:

$A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.6	0.6
$x_2$	0.9	0.9
$x_3$	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B) \cap A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.5	0.5
$x_2$	0.9	0.4
$x_3$	0.6	0.4

تصویر  $(A \rightarrow B) \cap A'_E$  روی B  $B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.5}{y_2}$

$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} \quad B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

$$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$$

ب: استلزام Lukasiewicz

جلی د:

ج: استلزام Zadeh

بر اساس استلزام ضرب Mamdani

د: استلزام ضرب Mamdani

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \mu_B(y)$$

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B)$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.5	0.2
$x_2$	1	0.4
$x_3$	0.6	0.24

ماتریس رابطه برای:

$A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.6	0.6
$x_2$	0.9	0.9
$x_3$	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

$(A \rightarrow B) \cap A'_E$

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	0.5	0.2
$x_2$	0.9	0.4
$x_3$	0.6	0.24

تصویر  $(A \rightarrow B) \cap A'_E$  روی B  $B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$

# QUESTIONS?



# پوست: معرفی سوپریم و... infimum و supremum

معرفی اصطلاح‌های **infimum** و **suprimum**

در نظریه‌ی مجموعه‌ها

معرفی اصطلاح‌های **infimum** و **suprimum** در نظریه‌ی مجموعه‌ها

○ **suprimum** زیرمجموعه‌ی یک مجموعه، کوچکترین عضو مجموعه است که بزرگتر یا مساوی تمام اعضای زیرمجموعه می‌باشد. از این رو **least upper band** یا **LUB** نیز نامیده می‌شود.

○ لزومی ندارد **suprimum** عضو زیرمجموعه باشد.

○ **suprima** فرم جمع **suprimum** است.

○ **infimum** زیرمجموعه‌ی یک مجموعه، بزرگترین عضو مجموعه است که کوچکتر یا مساوی تمام اعضای زیرمجموعه می‌باشد. از این رو **greatest lower band** یا **GLB** نیز نامیده می‌شود.

○ لزومی ندارد **infimum** عضو زیرمجموعه باشد.

○ **infima** فرم جمع **infimum** است.

مثال:

**infimum** و **suprimum** زیرمجموعه‌های داده شده را در مجموعه اعداد

حقیقی تعیین نمایید.

$$A = \{ 1, 2, 3 \}$$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1 \}$$

$$C = \{ x \in \mathbb{R} \mid 8 < x^3 < 27 \}$$

$$D = \emptyset$$

$$\inf(A) = 1$$

$$\sup(A) = 3$$

$$\inf(B) = 0$$

$$\sup(B) = 1$$

$$\inf(C) = 2$$

$$\sup(C) = 3$$

$$\inf(D) = +\infty$$

$$\sup(D) = -\infty$$

# QUESTIONS?

