مبحث سوم

حداقل‌سازی سطح گیت

Presented by A. Maleki Winter Semester, 2010

فهرست مطالب

مقدمه

یادآوری بازنمایی‌های مختلف دیجیتال(ویژگی‌ها و تبدیل):

بین فرم‌های مختلف عبارت منطقی تابع، کدام ارجح است؟

مفهوم و معیارهای حداقل‌سازی؟

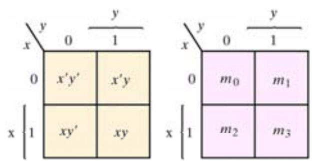
اهمیت روش نقشه برای حداقل‌سازی؟

روش نقشه کمک می‌کند ساده‌سازی را قاعده‌مند و ساده‌تر انجام دهیم.

ساده‌ترین عبارت منحصر به فرد نیست.

نقشه‌ی دو متغیره

x	y	minterm	Designation
0	0	x'y'	m_0
0	1	x'y	m_1
1	0	xy'	m_2
1	1	xy	m_3



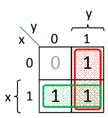
در سطرها و ستون‌های با برچسب صفر، متغیر به صورت مکمل ظاهر می گردد و . . .

نقشه‌ی دو متغیره

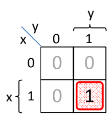
مثال: تابع‌های منطقی زیر را با استفاده از نقشه ساده کنید.

$F_1(x,y)=\sum(1,2,3)$

$F_2(x,y)=\sum(3)$

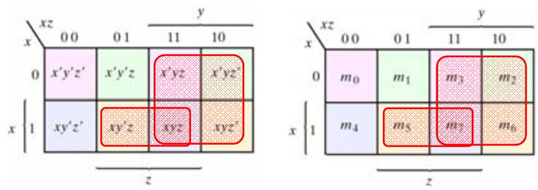


$F_1(x,y) = y + x$



$F_2(x,y) = xy$

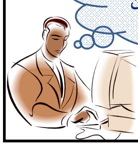
نقشه‌ی سه متغیره



Gray Code
00
01
11
10

چرا چیدمان خانه‌ها اینچنین انتخاب شده است؟

در دو خانه‌ی مجاور هم، تمام لیترال‌ها، جز یک لیترال، یکسان هستند. در نتیجه با فاکتورگیری می‌توان آن لیترال را ساده نمود.



مثال:

$m_5 + m_7 = xy'z + xyz = xz\,(y'+y) = xz$

$m_3 + m_2 + m_7 + m_6 = x'yz + x'yz' + xyz + xyz' = x'y + xy = y$

نقشه‌ی سه متغیره

تعداد خانه‌های مجاور که می‌توان آنها را ترکیب نمود همواره توانی از ۲ است:

$2^0 = 1$

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

برای یک تابع سه متغیره:

یک خانه: جمله‌ای با سه لیترال (یک minterm)

دو خانه‌ی مجاور: جمله‌ای با دو لیترال

چهار خانه‌ی مجاور: جمله‌ای با یک لیترال

هشت خانه‌ی مجاور: تابع برابر یک است.

نقشه‌ی سه متغیره

مثال ۱: تابع‌های زیر را ساده کنید.

$F_1(x,y,z) = \sum(2,3,4,5)$

$F_2(x,y,z) = \sum(3,4,6,7)$

$F_3(x,y,z) = \sum(0,2,4,5,6)$

اطلاعات را وارد نقشه نمایید.

x \ yz	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

$F_1(x,y,z) = x'y + xy'$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	1	1

$F_2(x,y,z) = yz + xz'$

x \ yz	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	0	1

$F_3(x,y,z) = z' + xy'$

درستی ساده‌سازی خانه‌های سبز را بررسی کنید.

درستی ساده‌سازی خانه‌های قرمز را بررسی کنید.

نقشه‌ی سه متغیره

مثال ۲: تابع زیر را در نظر بگیرید.

الف: با استفاده از نقشه ی کارنو، تابع را به صورت جمع minterm ها بازنمایی کنید.

ب: تابع را ساده نمایید.

$F(A,B,C) = A'C + A'B + AB'C + BC$

$F(A,B,C) = \sum(1,2,3,5,7)$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	1	0

$F_1(A,B,C) = C + A'B$

نقشه‌ی چهار متغیره

wx \ yz	00	01	11	10
00	w'x'y'z'	w'x'y'z	w'x'yz	w'x'yz'
01	w'xy'z'	w'xy'z	w'xyz	w'xyz'
11	wxy'z'	wxy'z	wxyz	wxyz'
10	wx'y'z'	wx'y'z	wx'yz	wx'yz'

wx \ yz	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

توجه کنید که خانه های m_0، m_2، m_8 و m_{10} مجاور هم هستند.

نقشه‌ی چهار متغیره

مثال ۳: تابع زیر را ساده کنید.

$F(A,B,C,D)=A'B'C'+B'CD'+A'BCD'+AB'C'$

اطلاعات را وارد نقشه نمایید.

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	0	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

$F(A,B,C,D) = B'C' + B'D' + A'CD'$

نقشه‌ی چهار متغیره

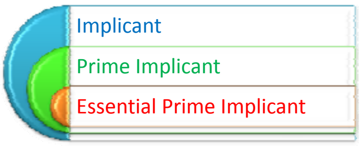
مثال ۴: تابع زیر را ساده کنید.

$F(w,x,y,z)=\sum(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$

wx \ yz	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	0

$F(w,x,y,z) = y' + w'z' + xz'$

سیستماتیک کردن ترکیب خانه‌ها در نقشه



جمله‌ی حاصلضربی که از ترکیب بیشترین خانه‌های مجاور هم در نقشه حاصل می‌گردد.

اگر یک minterm تنها با یک موجب اصلی پوشش داده شود به آن موجب اصلی، موجب اصلی ضروری گویند.

نقشه‌ی چهار متغیره

مثال: تابع روبرو را در نظر بگیرید. $F(A,B,C,D)=\sum(0,2,3,5,7,8,9,10,11,13,15)$

الف: موجب‌های اصلی ضروری تابع را مشخص نمایید.

ب: گزینه‌های مختلف موجب‌های اصلی برای پوشش دادن دیگر mintermها را ذکر کنید.

ج: گزینه‌های مختلف ساده‌سازی را لیست نمایید.

Essential Prime Implicant: B'D' , BD

Prime Implicant: m3 : CD , B'C

m9 : AB' , AD

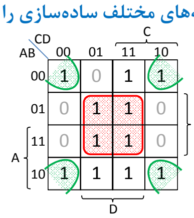
m11 : CD , B'C , AB' , AD

F = B'D' + BD + CD + AD

= B'D' + BD + CD + AB'

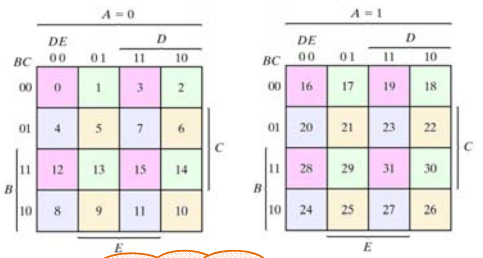
= B'D' + BD + B'C + AD

= B'D' + BD + B'C + AB'



چرا این دو ترکیب، ترکیب اصلی ضروری است؟

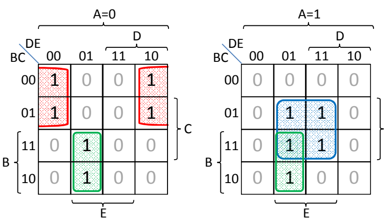
نقشه‌ی پنج متغیره



نقشه‌ی پنج متغیره

مثال: تابع زیر را ساده کنید. $F(A,B,C,D,E)=\sum(0,2,4,6,9,13,21,23,25,29,31)$

اطلاعات را وارد نقشه نمایید.



F(A,B,C,D,E) = A'B'E' + BD'E + ACE

ساده‌سازی به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها

برای ساده‌سازی به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها با استفاده از نقشه چه پیشنهادی دارید؟

برای این منظور:

I. با در نظر گرفتن صفرها در نقشه‌ی کارنو، مکمل تابع را به صورت جمع حاصل ضرب‌ها به دست می‌آوریم.

II. به کمک قضیه‌ی دِمورگان، تابع را به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها بازنویسی می‌کنیم.

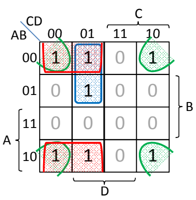
ساده‌سازی به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها

مثال: تابع زیر را به صورت‌های خواسته شده ساده کنید. شماتیک مداری ساده شده را نیز برای هر حالت ترسیم نمایید.

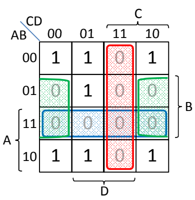
$F(A,B,C,D)=\sum(0,1,2,5,8,9,10)$

الف: به‌صورت جمع حاصل‌ضرب‌ها

ب: به‌صورت ضرب حاصل‌جمع‌ها



F(A,B,C,D) = B'C' + B'D' + A'C'D



F'(A,B,C,D) = CD + BD' + AB

⇒F(A,B,C,D)=(C'+D')(B'+D)(A'+B')

ساده‌سازی به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها

مثال: تابع زیر را به صورت‌های خواسته شده ساده کنید. شماتیک مداری ساده شده را نیز برای هر حالت ترسیم نمایید.

الف: به‌صورت جمع حاصل‌ضرب‌ها

ب: به‌صورت ضرب حاصل‌جمع‌ها

$F(x,y,z)=\prod(0,2,5,7)$

اطلاعات را وارد نقشه نمایید.

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

$F(x,y,z) = x'z + xz'$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

$F'(x,y,z) = x'z' + xz$

$\Rightarrow F(x,y,z)=(x+z)(x'+z')$

حالت‌های بی‌اهمیت

تابع غیرکامل (incompletely specified function)

تابعی که خروجی آن به ازای برخی ترکیب‌های ورودی نامشخص باشد.

حالت‌های بی‌اهمیت

minterm های مشخص نشده در تابع غیرکامل

حالت‌های بی‌اهمیت

مثال: تابع F(w,x,y,z) با حالت‌های بی‌اهمیت d را به فرم‌های خواسته شده ساده کنید.

$F(w,x,y,z)=\sum(1,3,7,11,15)$

$d(w,x,y,z)=\sum(0,2, 5)$

الف: به صورت جمع حاصل‌ضرب‌ها

ب: به‌صورت ضرب حاصل‌جمع‌ها

اطلاعات را وارد نقشه نمایید.

wx \ yz	00	01	11	10
00	X	1	1	X
01	0	X	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

$F(w,x,y,z) = w'z + yz$

Alternative: $F(w,x,y,z) = w'x' + yz$

wx \ yz	00	01	11	10
00	X	1	1	X
01	0	X	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

$F'(w,x,y,z) = z' + wy'$

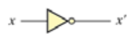
$\Rightarrow F(w,x,y,z)= z\,(w'+y)$

استفاده از حالت‌های بی‌اهمیت چه فایده‌ای دارد؟

معرفی گیت یونیورسال

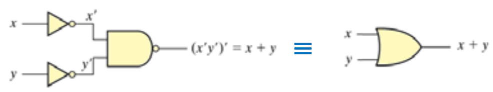
تعریف: گیت یونیورسال (universal gate) به گیتی اطلاق می‌گردد که بتوان گیت‌های AND ، OR و NOT را تنها با استفاده از آن نوع گیت پیاده‌سازی نمود.

مثال: نشان دهید گیت NAND یک گیت یونیورسال است.

NOT: 

گیت NAND یک ورودی مانند NOT عمل می کند.

AND: 

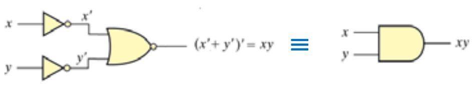
OR: 

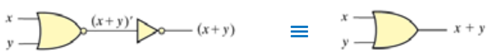
معرفی گیت یونیورسال

نشان دهید گیت NOR یک گیت یونیورسال است.

NOT: 

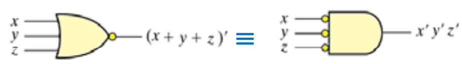
گیت NOR یک ورودی مانند NOT عمل می کند.

AND: 

OR: 

تعبیری دیگر از قضیه‌ی DeMorgan

$(xyz)' = x'+y'+z'$ 

$(x+y+z)' = x'y'z'$ 

حباب NOT را می‌توان با تغییر عمل گیت، از گیت عبور داد.

پیاده‌سازی تابع با NAND

مثال: تابع F(x,y,z) را با گیت‌های NAND پیاده‌سازی نمایید.

$F(x,y,z)=\sum(1,2,3,4,5,7)$

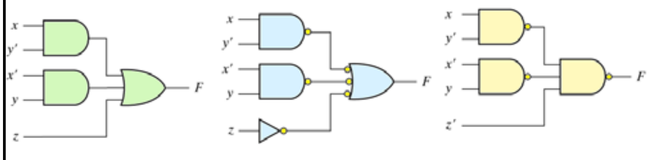
x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	1	0

$F(x,y,z) = z + x'y + xy'$

$= ((z + x'y + xy')')'$

$= (z' \cdot (x'y)' \cdot (xy')')'$

$F(x,y,z) = z + x'y + xy'$



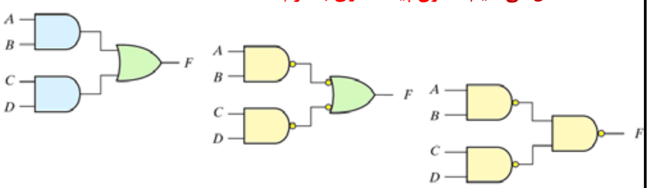
پیاده‌سازی تابع با NAND

برای پیاده‌سازی تابع با گیت‌های NAND (دستیابی به ساختار NAND-NAND):

I. با استفاده از روش نقشه، تابع را به فرم جمع حاصل‌ضرب‌ها (آرایه‌ی AND-OR) پیاده‌سازی می‌کنیم.

II. در خروجی گیت‌های AND و ورودی‌های گیت‌های OR حباب اضافه می‌کنیم.

III. حباب ورودی گیت‌های OR را با تغییر عمل این گیت‌ها به AND به خروجی آن منتقل می‌کنیم. اکنون پیاده‌سازی به فرم NAND-NAND است.



پیاده‌سازی تابع با NOR

برای پیاده‌سازی تابع با گیت‌های NOR (دستیابی به ساختار NOR-NOR) :

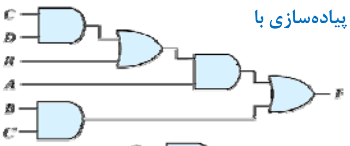
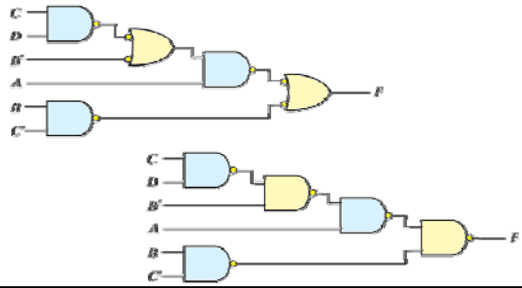
I. با استفاده از روش نقشه، تابع را به فرم ضرب حاصل‌جمع‌ها (آرایه‌ی OR-AND) پیاده‌سازی می‌کنیم.

II. در خروجی گیت‌های OR و ورودی‌های گیت‌های AND حباب اضافه می‌کنیم.

III. حباب ورودی گیت‌های AND را با تغییر عمل این گیت‌ها به OR به خروجی آن منتقل می‌کنیم. اکنون پیاده‌سازی به فرم NOR-NOR است.

مدارهای NAND چندسطحی

مثال: شماتیک مدار شکل روبرو را برای پیاده‌سازی با NAND دوباره ترسیم نمایید.

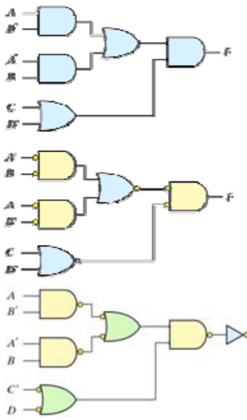



مدارهای NAND و NOR چندسطحی

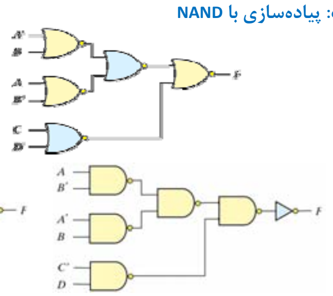
مثال: شماتیک مدار شکل روبرو را به پیاده‌سازی‌های خواسته شده تبدیل نمایید.

الف:پیاده‌سازی با NOR

ب: پیاده‌سازی با NAND



الف:



ب:

پیاده‌سازی تابع با NOR

مثال: تابع F(x,y,z) را با گیت‌های NOR پیاده‌سازی نمایید.

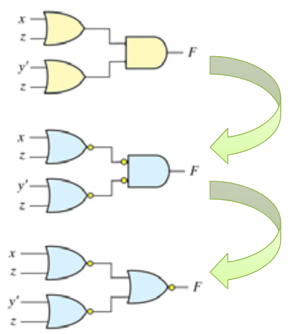
$F(x,y,z)=\sum(1,3,4,5,7)$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$F'(x,y,z) = x'z' + yz'$

$F(x,y,z) = (x'z'+ yz')'$

$= (x+z) (y' + z)$



پیاده‌سازی تابع با NAND

مثال: تابع F(x,y,z) را به فرم‌های خواسته شده پیاده‌سازی نمایید.

$F(x,y,z)=\sum(0,6)$

الف: AND – NOR

ب: NAND – AND

ج: OR – NAND

د: NOR – OR

x \ yz	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1

$F'(x,y,z) = z + x'y + xy'$

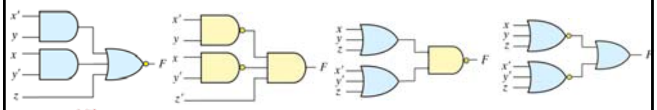
$F(x,y,z) = (z + x'y + xy')'$

$F(x,y,z) = (z)' (x'y)' (xy')'$

$F(x,y,z) = x'y'z' + xyz'$

$F(x,y,z) = ((x'y'z' + xyz')')' = ((x+y+z)(x'+y'+z))'$

$F(x,y,z) = (x+y+z)' + (x'+y'+z)'$



الف: ب: ج: د:

دیگر پیاده‌سازی‌های دوسطحی

ترکیب‌های ممکن برای چهار گیت AND ، OR ، NAND و NOR :

~~AND – AND~~
AND – OR بحث شد
~~AND – NAND~~
AND – NOR
OR – AND بحث شد
~~OR – OR~~
OR – NAND
~~OR – NOR~~
NAND – AND
~~NAND – OR~~
NAND – NAND بحث شد
~~NAND – NOR~~
~~NOR – AND~~
NOR – OR
~~NOR – NAND~~
NOR – NOR بحث شد

≡ AND – OR – INVERT

≡ OR – AND – INVERT

OR انحصاری (Exclusive OR - XOR)

ویژگی‌ها:

$x \oplus 0 = x$

$x \oplus 1 = x'$

از XOR می‌توان به عنوان NOT کنترل شده استفاده نمود.

$x \oplus x = 0$

$x \oplus x' = 1$

$(x \oplus y)' = x \oplus y' = x' \oplus y$

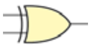
Commutative: $x \oplus y = y \oplus x$

Associative: $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$

بنابراین شرط های گسترش ورودی های گیت برای XOR برقرار است.

OR انحصاری (Exclusive OR - XOR)

XOR: $x \oplus y = x'y + xy'$



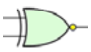
x \ y	0	1
0	0	1
1	1	0

XNOR: $(x \oplus y)' = (x'y + xy')'$

$= (x+y')(x'+y)$

$= xx' + xy + x'y' + yy'$

$= xy + x'y'$



x \ y	0	1
0	1	0
1	0	1

XOR سه‌متغیره

XOR:

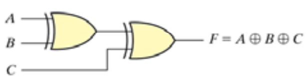
$x \oplus y \oplus z = (x \oplus y) \oplus z = (x'y + xy') \oplus z$

$= (x'y + xy') z' + (x'y' + xy) z$

$= x'yz' + xy'z' + x'y'z + xyz$

$= \sum (1,2,4,7)$

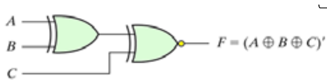
x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0



XNOR:

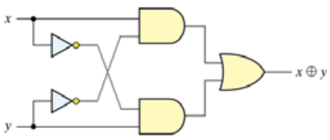
$(x \oplus y \oplus z)' = \sum (0,3,5,6)$

x \ yz	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1

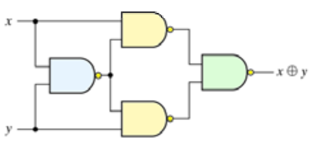


پیاده‌سازی XOR

پیاده سازی با گیت‌های AND ، OR ، NOT :



پیاده سازی با گیت‌های NAND :



$F = \{ [x (xy)']' [y (xy)']' \}'$

$= [x (xy)'] + [y (xy)']$

$= [x (x' + y')] + [y (x' + y')]$

$= xx' + xy' + x'y + yy'$

$= xy' + x'y$

$= x \oplus y$

تابع زوج و تابع فرد

XOR چند متغیره تنها در صورتی یک می‌شود که تعداد فردی از متغیرهای آن یک باشد. از این رو، XOR را تابع فرد گوییم.

XNOR چند متغیره تنها در صورتی یک می‌شود که تعداد زوجی از متغیرهای آن یک باشد. از این رو، XNOR را تابع زوج گوییم.

XOR چهارمتغیره

XOR:

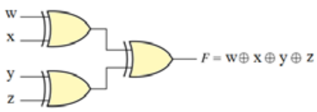
$$w \oplus x \oplus y \oplus z = (w \oplus x) \oplus (y \oplus z)$$

$$= (w'x + wx')(y'z' + yz) + (w'x' + wx)(y'z + yz')$$

$$= \sum(4,7,8,11,1,2,13,14)$$

$$= \sum(1,2,4,7,8,11,13,14)$$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	0	1
10	1	0	1	0



کاربردهای XOR

مثال: تولید و بررسی توازن

می‌خواهیم برای ارسال یک پیام سه بیتی، به آن بیت توازن زوج اضافه نماییم.

الف: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری برای این منظور طراحی نمایید.

ب: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری جهت تشخیص خطای توازن در گیرنده طراحی نمایید.

ج: آیا می‌توان از یک مدار برای هر دو منظور استفاده نمود؟

یادآوری:

بیت توازن زوج: بیتی که به پیام اضافه می‌گردد تا تعداد کل یک‌ها زوج شود.

بیت توازن فرد: بیتی که به پیام اضافه می‌گردد تا تعداد کل یک‌ها فرد شود.

کاربردهای XOR

۱- عملیات حسابی

۲- تشخیص خطا

۳- تصحیح خطا

کاربردهای XOR

مثال: تولید و بررسی توازن

می‌خواهیم برای ارسال یک پیام سه بیتی، به آن بیت توازن زوج اضافه نماییم.

الف: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری برای این منظور طراحی نمایید.

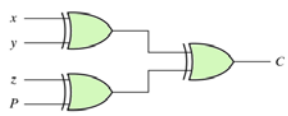
ب: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری جهت تشخیص خطای توازن در گیرنده طراحی نمایید.

ج: آیا می‌توان از یک مدار برای هر دو منظور استفاده نمود؟

حل ب:

خطا	تعداد یک های پیام + توازن
۱	فرد
۰	زوج

بنابراین نیاز به یک تابع فرد چهار-ورودی داریم.



کاربردهای XOR

مثال: تولید و بررسی توازن

می‌خواهیم برای ارسال یک پیام سه بیتی، به آن بیت توازن زوج اضافه نماییم.

الف: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری برای این منظور طراحی نمایید.

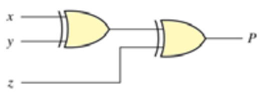
ب: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری جهت تشخیص خطای توازن در گیرنده طراحی نمایید.

ج: آیا می‌توان از یک مدار برای هر دو منظور استفاده نمود؟

حل الف:

بیت توازن زوج	تعداد یک های پیام
۱	فرد
۰	زوج

بنابراین نیاز به یک تابع فرد سه-ورودی داریم.



کاربردهای XOR

مثال: تولید و بررسی توازن

می‌خواهیم برای ارسال یک پیام سه بیتی، به آن بیت توازن زوج اضافه نماییم.

الف: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری برای این منظور طراحی نمایید.

ب: با استفاده از گیت‌های XOR دو ورودی، مداری جهت تشخیص خطای توازن در گیرنده طراحی نمایید.

ج: آیا می‌توان از یک مدار برای هر دو منظور استفاده نمود؟

حل ج:

از مدار دوم، در صورتی که P=0 شود می‌توان برای تولید بیت توازن نیز استفاده نمود.

for $P=0 \Rightarrow x \oplus y \oplus z \oplus P = x \oplus y \oplus z \oplus 0 = x \oplus y \oplus z$

کاربردهای XOR

مثال: اگر استفاده از گیت XOR مجاز باشد تابع زیر را با استفاده از روش نقشه و برای پیاده‌سازی با کمترین تعداد گیت ساده نمایید.

$F(w,x,y,z)=\sum(2,3,5,6,8,9,12,15)$

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	0	1
11	1	0	1	0
10	1	1	0	0

$F(w,x,y,z) = z(w \oplus x \oplus y) + z'(w \oplus y)$

کاربردهای XOR

مثال: اگر استفاده از گیت XOR مجاز باشد تابع زیر را با استفاده از روش نقشه و برای پیاده‌سازی با کمترین تعداد گیت ساده نمایید.

$F(w,x,y,z)=\sum(1,3,4,6,9,11,12,14)$

wx\yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

$F(w,x,y,z) = x \oplus z$

کاربردهای XOR

مثال: اگر استفاده از گیت XOR مجاز باشد تابع زیر را با استفاده از روش نقشه و برای پیاده‌سازی با کمترین تعداد گیت ساده نمایید.

$F(w,x,y,z)=\sum(0,5,10,15)$

wx\yz	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	1

$F(w,x,y,z) = (w \oplus y)' (x \oplus z)'$

مثال‌ها

مثال: تابع‌های F و G داده شده است. با استفاده از روش نقشه، تابع‌های زیر را به فرم جمع حاصل‌ضرب‌ها ساده نمایید.

$F(w,x,y,z)=w'xy'+w'yz+xz+wxy+wyz+wx'y'z'$

$G(w,x,y,z)=(w+x+y)(w+x+z)(x+y+z)(w+x'+y+z)(w'+x'+y'+z)$

الف: $H(w,x,y,z) = F . G$

ب: $K(w,x,y,z) = F + G$

اطلاعات تابع‌های F و G را وارد نقشه نمایید.

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	1	0	1	0

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	1	1	1

نقشه‌ی تابع‌های H و K چه ارتباطی با نقشه‌ی تابع‌های F و G دارد؟

مثال‌ها

مثال: تابع‌های F و G داده شده است. با استفاده از روش نقشه، تابع‌های زیر را به فرم جمع حاصل‌ضرب‌ها ساده نمایید.

$F(w,x,y,z)=w'xy'+w'yz+xz+wxy+wyz+wx'y'z'$

$G(w,x,y,z)=(w+x+y)(w+x+z)(x+y+z)(w+x'+y+z)(w'+x'+y'+z)$

الف: $H(w,x,y,z) = F . G$

ب: $K(w,x,y,z) = F + G$

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	1	0	1	0

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	1	1	1

wx\yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

$H(w,x,y,z) = yz + xz$

مثال‌ها

مثال: تابع‌های F و G داده شده است. با استفاده از روش نقشه، تابع‌های زیر را به فرم جمع حاصل‌ضرب‌ها ساده نمایید.

F(w,x,y,z)=w'xy'+w'yz+xz+wxy+wyz+wx'y'z'

G(w,x,y,z)=(w+x+y)(w+x+z)(x+y+z)(w+x'+y+z)(w'+x'+y'+z)

الف: H(w,x,y,z) = F . G

ب: K(w,x,y,z) = F + G

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	1	0	1	0

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	1	1	1

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

K(w,x,y,z) = yz + x + w