مبحث اول

سیستم‌های دیجیتال و اعداد باینری

Presented by A. Maleki — Fall Semester, 2012

فهرست مطالب

- ❑ سیستم دیجیتال
- ❑ مبنای اعداد
- ❑ تبدیل مبنای اعداد
- ❑ مکمل
- ❑ تفریق با استفاده از مکمل
- ❑ اعداد باینری علامت‌دار
- ❑ جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- ❑ کدهای باینری
- ❑ ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- ❑ منطق باینری

سیستم دیجیتال

❖ **سیستم دیجیتال:**

سیستمی که به دستکاری اجزای گسسته‌ی اطلاعات می‌پردازد.

کامپیوترهای دیجیتال اولیه اغلب برای محاسبات عددی استفاده می‌شدند. اجزای گسسته‌ی اطلاعات در این سیستم‌ها، رقم‌ها (**digits**) بودند از این رو اصطلاح **digital computers** به آنها اطلاق گردید.

اجزای گسسته:

- ➢ ایمپالس‌های الکتریکی
- ➢ رقم‌های دهدهی
- ➢ حروف الفبا
- ➢ اعمال ریاضی
- ➢ علائم نقطه‌گذاری

فهرست مطالب

- ☑ سیستم دیجیتال
- ❑ مبنای اعداد
- ❑ تبدیل مبنای اعداد
- ❑ مکمل
- ❑ تفریق با استفاده از مکمل
- ❑ اعداد باینری علامت‌دار
- ❑ جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- ❑ کدهای باینری
- ❑ ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- ❑ منطق باینری

مبنای اعداد

$7392 = 7 \times 1000 + 3 \times 100 + 9 \times 10 + 2$

موقعیت رقم

$= 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0$

مبنای عدد

بنابراین در حالت کلی می‌توان نوشت:

$(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 \,.\, a_{-1} \dots a_{-m})_r \qquad 0 \le a_i \le r-1$

$= a_n\, r^n + a_{n-1}\, r^{n-1} + \cdots a_1\, r^1 + a_0\, r^0 + a_{-1}\, r^{-1} + \cdots a_{-m}\, r^{-m}$

مثال: محاسبات در مبنای r

اعمال محاسباتی زیر را در مبنای دو انجام دهید.

$(101101)_2 + (100111)_2 = ?$

$(101101)_2 - (100111)_2 = ?$

$(1011)_2 \times (101)_2 = ?$

❖ **مقدار دهدهی، باینری، اُکتال و هگزادسیمال اعداد صفر تا پانزده:**

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

مثال: محاسبات در مبنای r

اعمال محاسباتی زیر را در مبنای هفت انجام دهید.

$(35)_7 + (43)_7 = ?$

$(61)_7 - (16)_7 = ?$

$(66)_7 \times (66)_7 = ?$

فهرست مطالب

تبدیل مبنای اعداد

- تبدیل از مبنای r به مبنای ۱۰
- تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای r (بخش صحیح و بخش اعشاری)
- تبدیل اعداد باینری، اُکتال و هگزادسیمال به یکدیگر
- تبدیل از مبنای r به مبنای s

❖ تبدیل از مبنای r به مبنای ۱۰ :

برای تبدیل از مبنای r به مبنای ۱۰ چه پیشنهادی دارید؟

با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان به سادگی معادل دهدهی هر عدد مبنای r را به دست آورد.

$$(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 \,.\, a_{-1} \dots a_{-m})_r \qquad 0 \le a_i \le r-1$$

$$= a_n\, r^n + a_{n-1}\, r^{n-1} + \cdots a_1\, r^1 + a_0\, r^0 + a_{-1}\, r^{-1} + \cdots a_{-m}\, r^{-m}$$

مثال: تبدیل اعداد مبنای r به دهدهی

معادل دهدهی اعداد زیر را بیابید.

الف: $(11010.11)_2$

ب: $(B65F)_{16}$

ج: $(4021.2)_5$

د: $(630.4)_8$

❖ تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای r (بخش اعشاری) :

بدین منظور، عدد را در r ضرب می‌کنیم تا حاصل که شامل یک رقم صحیح و یک بخش اعشاری است به دست آید. بخش صحیح را نگه می‌داریم و بخش اعشاری حاصل را دوباره در r ضرب می‌کنیم تا ... .

این روند را تا آنجا ادامه می‌دهیم که بخش اعشاری صفر شود یا تعداد رقم‌های مورد نیاز حاصل گردد. مقادیر صحیح حاصل را از اولین مرحله به آخرین مرحله از چپ به راست ، پس از نقطه‌ی مبنا می‌نویسیم و مبنای r را درج می‌کنیم تا نتیجه حاصل شود.

❖ تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای r (بخش صحیح) :

بدین منظور، عدد دهدهی را بر r تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت و باقیمانده به دست آید. باقیمانده را نگه می‌داریم و خارج قسمت را دوباره بر r تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت و باقیمانده‌ی جدید به دست آید و ... .

این روند را تا آنجا ادامه می‌دهیم که خارج قسمت صفر شود. مقادیر باقیمانده را از آخرین مرحله به اولین مرحله‌ی محاسبات از چپ به راست، کنار هم می‌نویسیم و مبنای r را درج می‌کنیم تا نتیجه حاصل گردد.

مثال: تبدیل اعداد مبنای ۱۰ به مبنای r (بخش اعشاری)

الف: معادل باینری عدد دهدهی اعشاری ۰/۶۸۷۵ را به دست آورید.

ب: معادل اُکتال عدد دهدهی اعشاری ۰/۵۱۳ را به دست آورید.

مثال: تبدیل اعداد مبنای ۱۰ به مبنای r (بخش صحیح)

الف: معادل باینری عدد دهدهی صحیح ۴۱ را به دست آورید.

ب: معادل اُکتال عدد دهدهی صحیح ۱۵۳ را به دست آورید.

❖ تبدیل اعداد باینری، اُکتال و هگزادسیمال به یکدیگر:

این تبدیل‌ها چه ویژگی خاصی دارند؟

و چرا قصد داریم به این تبدیل‌ها به طور خاص بپردازیم؟

از آنجا که $۸=۲^۳$ و $۱۶=۲^۴$ است تبدیل مبناهای ۲ ، ۸ و ۱۶ به یکدیگر به سادگی قابل انجام است.

❖ تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای r :

بدین منظور، کافی است بخش‌های صحیح و اعشاری به روش ذکر شده به مبنای r تبدیل شده و در کنار هم بازنویسی شوند.

❖ تبدیل اعداد باینری به اُکتال و هگزادسیمال:

✓ برای تبدیل عدد باینری به اُکتال، رقم‌ها با شروع از نقطه‌ی باینری به گروه‌های ۳ تایی تقسیم شده و هر گروه با رقم معادل اُکتال آن جایگزین می‌گردد.

✓ برای تبدیل عدد باینری به هگزادسیمال، رقم‌ها با شروع از نقطه‌ی باینری به گروه‌های ۴ تایی تقسیم شده و هر گروه با رقم معادل هگزادسیمال آن جایگزین می‌گردد.

مثال: تبدیل اعداد مبنای ۱۰ به مبنای r

الف: معادل باینری عدد دهدهی ۴۱/۶۸۷۵ را به دست آورید.

ب: معادل اُکتال عدد دهدهی ۱۵۳/۵۱۳ را به دست آورید.

مثال: تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به باینری

اعداد داده شده را به باینری تبدیل کنید:

الف: $(673.124)_8$

ب: $(306.D)_{16}$

مثال: تبدیل اعداد باینری به اُکتال و هگزادسیمال

عدد باینری زیر را به اکتال و هگزادسیمال تبدیل کنید:

$(10110001101011.11110000011)_2$

❖ **تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به یکدیگر:**

✓ برای تبدیل عدد هگزادسیمال به اُکتال یا برعکس، عدد را به باینری تبدیل نموده و سپس عدد باینری حاصل را به مبنای مطلوب تبدیل می‌کنیم.

❖ **تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به باینری :**

✓ برای تبدیل عدد اُکتال به باینری، هر رقم اُکتال با گروه ۳ رقمی باینری معادل جایگزین می‌گردد.

✓ برای تبدیل عدد هگزادسیمال به باینری، هر رقم هگزادسیمال با گروه ۴ رقمی باینری معادل جایگزین می‌گردد.

مثال: تبدیل از مبنای r به s

معادل مبنای ۹ عدد $(1324)_5$ را به دست آورید.

مثال: تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به یکدیگر

معادل اُکتال عدد هگزادسیمال $(306.D)_{16}$ را به دست آورید.

فهرست مطالب

- ☑ سیستم دیجیتال
- ☑ مبنای اعداد
- ☑ تبدیل مبنای اعداد
- ❑ مکمل
- ❑ تفریق با استفاده از مکمل
- ❑ اعداد باینری علامت‌دار
- ❑ جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- ❑ کدهای باینری
- ❑ ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- ❑ منطق باینری

❖ **تبدیل از مبنای r به مبنای s :**

بدین منظور، ابتدا معادل دهدهی عدد مبنای r را به دست می‌آوریم، سپس معادل مبنای s عدد دهدهی حاصل از مرحله قبل را تعیین می‌کنیم.

مکمل

مکمل‌ها:

- ✓ مکمل مبنا
- ✓ مکمل مبنای کاهش یافته

واژه‌نامه:

complement	مکمل
radixcomplement	مکمل مبنا
diminished radixcomplement	مکمل مبنای کاهش یافته

❖ **مکمل مبنای کاهش‌یافته:**

فرض کنید N عددی n رقمی در مبنای r باشد؛ مکمل مبنای کاهش یافته‌ی N برابر است با:

(r-1)'s complement of N = (بزرگترین عدد n رقمی مبنای r) – N

$$= (r^n - 1) - N$$

❖ **مکمل مبنا و مکمل مبنای کاهش‌یافته برای اعداد دودویی و دهدهی:**

	مکمل مبنا (مکمل r)	مکمل مبنای کاهش یافته (مکمل r-1)
برای اعداد باینری	?	?
برای اعداد دهدهی	?	?

مثال: مکمل مبنای کاهش یافته

مکمل ۹ عددهای دهدهی شش رقمی زیر را بیابید.

الف: ۵۴۶۷۰۰

ب : ۰۱۲۳۹۸

برای به دست آوردن مکمل ۹ یک عدد دهدهی لازم است هر رقم آن با تفاضل آن از ۹ جایگزین گردد.

مثال: مکمل مبنای کاهش یافته

مکمل یک اعداد باینری هفت بیتی زیر را بیابید.

الف: $(1011000)_2$

ب: $(0101101)_2$

از آنجا که ۰=۱-۱ و ۱=۰-۱ است، برای به دست آوردن مکمل یک عدد باینری تنها لازم است صفرها با یک و یک‌ها با صفر جایگزین گردند.

❖ **مکمل مبنا:**

فرض کنید N عددی n رقمی در مبنای r باشد؛ مکمل مبنای N برابر است با:

r's complement of N = (مکمل مبنای کاهش یافته‌ی عدد) + 1

$$= r^n - N$$

مثال: مکمل مبنا

مکمل ۱۰ عدد دهدهی چهار رقمی ۲۳۸۹ و مکمل ۲ی عدد باینری شش بیتی ۱۰۱۱۰۰ را تعیین کنید.

مثال: مکمل مبنا

مکمل ۱۰ اعداد دهدقی چهاررقمی ۱۲۳۴، ۱۲۳۰ و ۱۲۰۰ را به دست آورید.

آیا می‌توانید قاعده‌ای برای به دست آوردن سریع مکمل ۱۰ عددهای دهدهی پیشنهاد کنید؟

برای به دست آوردن مکمل r یک عدد، صفرهای کم‌ارزش بدون تغییر باقی می‌مانند، اولین رقم کم‌ارزش غیرصفر از r و بقیه‌ی رقم‌ها از (r-1) کم می‌شوند.

❖ **به دست آوردن مکمل عدد دارای نقطه مبنا :**

اگر عددی که می‌خواهیم مکمل آن را حساب کنیم دارای نقطه مبنا (radix point) باشد، به طور موقت آن را حذف نموده، مکمل r یا مکمل r-1 را به دست آورده و سپس نقطه مبنا در همان محل درج می‌گردد.

مثال: مکمل ۱۰

مکمل ۱۰ اعداد دهدهی شش رقمی ۰۱۲۳۹۸ و ۲۴۶۷۰۰ را بیابید.

مثال: مکملِ مکملِ یک عدد

مکمل ۱۰ عدد دهدهی شش رقمی ۲۳۴۵۶۷ را به دست آورید. سپس مکمل ۱۰ حاصل را به دست آورید. از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

توجه: مکملِ مکملِ عدد برابر خود عدد خواهد بود.

مثال: مکمل ۲

مکمل ۲ اعداد باینری ۱۱۰۱۱۰۰ و ۰۱۱۰۱۱۱ را بیابید.

آیا می‌توانید قاعده‌ای برای به دست آوردن سریع مکمل ۲ عددهای دودویی پیشنهاد کنید؟

برای به دست آوردن مکمل ۲ یک عدد باینری،
صفرهای کم‌ارزش و اولین ۱ بدون تغییر باقی می‌مانند و
بقیه‌ی صفرها به یک و یک‌ها به صفر تبدیل می‌شوند.

فهرست مطالب

❖ **تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل r :**

تفاضل دو عدد بدون علامت M و N در مبنای r (M-N)

۱) M را با مکمل r عدد N جمع کنید : $M + (r^n - N) = M - N + r^n$

۲) اگر $N \leq M$ باشد، مجموع، یک رقم نقلی انتهایی تولید خواهد کرد که از آن چشم پوشی می‌شود و حاصل M-N خواهد بود.

۳) اگر $N > M$ باشد، مجموع، نقلی انتهایی نخواهد داشت و مجموع، مکمل r عدد N-M خواهد بود. $M + (r^n - N) = r^n - (N - M)$

برای دستیابی به پاسخ، مکمل r مجموع را تعیین نموده و یک علامت منفی در کنار آن قرار می‌دهیم.

مثال: تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل ۱۰

برای اعداد دهدهی X = ۷۲۵۳۲ و Y = ۳۲۵۰ با استفاده از مکمل ۱۰، تفاضل‌های زیر را انجام دهید.

الف : X-Y

ب : Y-X

هنگام انجام عمل تفاضل، تعداد رقم‌های دو عدد باید یکسان باشد.

مثال: تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل ۲

برای اعداد باینری X = ۱۰۱۰۱۰۰ و Y = ۱۰۰۰۰۱۱ با استفاده از مکمل ۲، تفاضل‌های زیر را انجام دهید.

الف : X-Y

ب : Y-X

❖ تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل r-1 :

تفریق دو عدد بدون علامت M و N در مبنای r-1 (M-N)

① M را با مکمل r-1 عدد N جمع کنید : $M + (r^n - 1 - N) = M - N + r^n - 1$

② اگر $M > N$ باشد، مجموع، یک رقم نقلی انتهایی خواهد داشت . نقلی انتهایی را حذف نموده و حاصل را با ۱ جمع می‌کنیم تا پاسخ به دست آید.

③ اگر $M \leq N$ باشد، مجموع، نقلی انتهایی نخواهد داشت. برای دستیابی به پاسخ، مکمل r-1 مجموع را تعیین نموده و یک علامت منفی در کنار آن قرار می‌دهیم.

$$M + (r^n - 1 - N) = r^n - 1 - (N - M)$$

مثال: تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل ۱

برای اعداد باینری X = ۱۰۱۰۱۰۰ و Y = ۱۰۰۰۰۱۱ با استفاده از مکمل ۱، تفاضل‌های زیر را انجام دهید.

الف : X-Y

ب : Y-X

فهرست مطالب

اعداد باینری علامت دار

❖ بازنمایی اعداد باینری علامت‌دار:

- ➢ قرارداد اندازه-علامت
- ➢ سیستم مکمل-علامت

در سیستم مکمل – علامت:

- اعداد مثبت همگی با صفر و اعداد منفی همگی با یک آغاز می‌گردند.
- هم می‌توان از مکمل ۲ و هم از مکمل ۱ استفاده کرد؛ هر چند مکمل ۲ متداول‌تر است.

واژه‌نامه:

قرارداد اندازه – علامت	Signed magnitude convention
سیستم مکمل – علامت	Signed complement system

فهرست مطالب

- ☑ سیستم دیجیتال
- ☑ مبنای اعداد
- ☑ تبدیل مبنای اعداد
- ☑ مکمل
- ☑ تفریق با استفاده از مکمل
- ☑ اعداد باینری علامت‌دار
- ☐ جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- ☐ کدهای باینری
- ☐ ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- ☐ منطق باینری

مثال: شیوه‌های مختلف بازنمایی اعداد باینری علامت‌دار

در حالت باینری ۸ بیتی، اعداد ۹+ و ۹- چگونه نمایش داده می‌شوند. برای عدد منفی، هر سه شیوه را ذکر کنید.

جمع و تفریق اعداد علامت‌دار

- ❖ جمع حسابی – قرارداد اندازه علامت
- ❖ جمع حسابی اعداد باینری- سیستم مکمل ۲- علامت
- ❖ تفریق حسابی

❖ **اعداد باینری علامت‌دار ۴ بیتی:**

Binary Code	Signed magnitude	Signed 1's Complement	Signed 2's Complement
0000			
0001			
0010			
0011			
0100			
0101			
0110			
0111			
1000			
1001			
1010			
1011			
1100			
1101			
1110			
1111			

مثال: جمع اعداد علامت‌دار

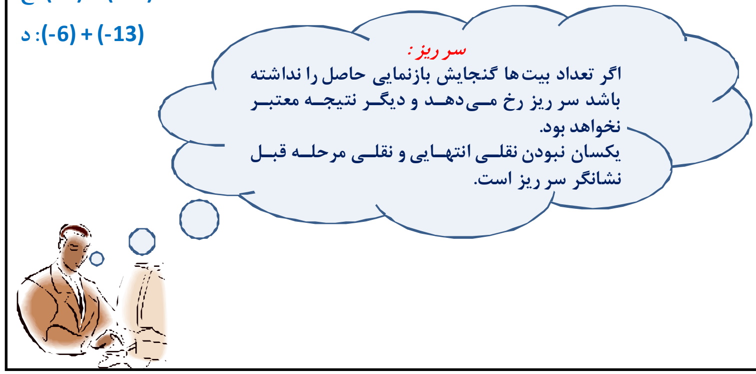
در حالت باینری ۸ بیتی، با استفاده از نمایش علامت‌دار مکمل ۲، محاسبات زیر را انجام دهید.

الف: (+6) + (+13)

ب: (-6) + (+13)

ج: (+6) + (-13)

د: (-6) + (-13)



❖ جمع حسابی – قرارداد اندازه علامت

هنگام جمع کردن دو عدد علامت‌دار، چنانچه از نمایش اندازه- علامت برای اعداد منفی استفاده شده باشد:

- ✓ اگر هر دو هم علامت باشند، اندازه‌ی دو عدد با هم جمع می‌شوند و از علامت مشترک برای حاصل استفاده می‌گردد.
- ✓ اگر دو عدد هم علامت نباشند، اندازه‌ی عدد بزرگتر منهای اندازه‌ی عدد کوچکتر شده و علامت عدد بزرگتر برای حاصل درج می‌گردد.

بنابراین در این روش برای محاسبه‌ی مجموع دو عدد علامت‌دار، گاهی به مقایسه‌ی اندازه‌ی دو عدد و محاسبه‌ی تفریق اندازه‌ی دو عدد نیاز می‌شود که هنگام استفاده از سیستم کامپیوتری در انجام محاسبات مطلوب نیست.

❖ تفریق حسابی

❑ در صورت استفاده از نمایش علامت‌دار مکمل ۲، برای تفریق ۲ عدد لازم است عدد دوم را مکمل ۲ نموده با عدد اول جمع کنیم:

A – B = A + (-B)

❖ جمع حسابی اعداد باینری – سیستم مکمل ۲- علامت

❑ برای جمع کردن دو عدد باینری علامت‌دار، با نمایش اعداد منفی به صورت مکمل ۲- علامت‌دار، دو عدد با لحاظ کردن بیت علامت با هم جمع می‌شوند. از بیت نقلی خروجی چشم‌پوشی می‌گردد.

مثال: تفریق اعداد علامت‌دار

در حالت باینری ۸ بیتی، با استفاده از نمایش علامت‌دار مکمل ۲، تفریق زیر را انجام دهید.

(-6) - (-13)

فهرست مطالب

- ☑ سیستم دیجیتال
- ☑ مبنای اعداد
- ☑ تبدیل مبنای اعداد
- ☑ مکمل
- ☑ تفریق با استفاده از مکمل
- ☑ اعداد باینری علامت‌دار
- ☑ جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- ☐ کدهای باینری
- ☐ ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- ☐ منطق باینری

کدهای باینری

❖ **کدهای باینری**

- ➢ کد BCD (کد ۸۴۲۱)
- ➢ کد افزونی ۳
- ➢ کد ۲۴۲۱
- ➢ کد ۸۴-۲-۱
- ➢ . . .
- ➢ کد Gray
- ➢ کدهای تشخیص خطا

کد باینری مفهومی متفاوت از عدد باینری است.

به نظر شما چه ضرورتی به طرح کد BCD است؟

چرا کد BCD را کد ۸۴۲۱ نامگذاری کرده است؟

به نظر شما چه ضرورتی به طرح کدهای افزونی ۳ ، کد ۲۴۲۱ و کد ۸۴-۲-۱ است؟

واژه‌نامه:

BCD: Binary Coded Decimal	دهدهی کد شده در باینری
Excess-3 Code	کد افزونی ۳

❖ **کدهای باینری**

Decimal Digit	8421 BCD	Excess-3	84-2-1	2421
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
حالت‌های اختصاص نیافته (نامعتبر)				

مثال: کد BCD

اعداد ۹، ۶۷ و ۱۲۸ را به صورت کد BCDبازنمایی کنید.

در کد BCD ، چرا از ۴ بیت برای نمایش هر رقم دهدهی استفاده می‌گردد؟

❖ کدهای خودمکمل

اگر در یک کد باینری، مکمل یک کد باینری معادل کد باینری مکمل ۹ مقدار دهدهی متناظر باشد آن را کد خودمکمل گویند.

واژه‌نامه:

خودمکمل	Self-complement

مثال: کد افزونی-۳

اعداد ۷، ۵۴ و ۱۳۶ را به صورت کد افزونی-۳ بازنمایی کنید.

مثال: کدهای خودمکمل

کدام یک از کدهای باینری مثال قبل، کد خودمکمل می‌باشند؟

Decimal Digit	8421 BCD	Excess-3	84-2-1	2421
0	0000	0011	0000	0000
1	0001	0100	0111	0001
2	0010	0101	0110	0010
3	0011	0110	0101	0011
4	0100	0111	0100	0100
5	0101	1000	1011	1011
6	0110	1001	1010	1100
7	0111	1010	1001	1101
8	1000	1011	1000	1110
9	1001	1100	1111	1111
حالت‌های اختصاص نیافته (نامعتبر)	1010	1101	x	x
	1011	1110	x	x
	1100	1111	x	x
	1101	0000	x	x
	1110	0001	x	x
	1111	0010	x	x

مثال: جمع BCD

عمل جمع ۱۸۴+۵۷۶ را با استفاده از کد BCD انجام دهید.

مثال:

عدد دودویی $(10111001)_2$ را به صورت کد BCD بازنویسی کنید.

توجه کنید که کد BCD دارای ۱۲ بیت است
در حالی که کد باینری تنها ۸ بیت دارد.

❖ معرفی کد گری (Gray Code)

به نظر شما چه ضرورتی به طرح کد Gray است؟

برای به دست آوردن کد گری معادل برای یک عدد باینری

۱) پر ارزش‌ترین بیت (بیت سمت چپ) را بازنویسی می‌کنیم.

۲) برای بیت‌های بعدی، اگر مقدار بیت متناظر در عدد باینری نسبت به بیت قبل تغییر کرده باشد، مقدار یک و اگر بدون تغییر باشد مقدار صفر را در کد گری قرار می‌دهیم.

چگونه می‌توان برای کد Gray داده شده، عدد باینری متناظر را به دست آورد؟

❖ جمع BCD

می‌دانیم که BCD دارای مقادیری در محدوده‌ی صفر تا ۹ است. بنابراین جمع BCD دو رقم می‌تواند مقداری در محدوده‌ی صفر تا ۱۸ داشته باشد. چنانچه حاصل در محدوده‌ی صفر تا ۹ باشد، نتیجه معتبر است ولی اگر بزرگتر از ۹ باشد لازم است نتیجه با اضافه کردن 0110 اصلاح گردد. مقادیر بزرگتر از ۹ را با یکی از کدهای نامعتبر BCD یا وجود نقلی انتهایی می‌توان تشخیص داد.

جمع BCD دو عدد چند رقمی، با گروه‌های ۴ بیتی (به صورت رقم با رقم) و از کم‌ارزش‌ترین رقم به سمت رقم پرارزش انجام می‌گردد. برای هر رقم، چنانچه حاصل جمع، یکی از کدهای نامعتبر BCD باشد یا رقم نقلی انتهایی تولید شده باشد لازم است نتیجه با اضافه کردن 0110 اصلاح گردد.

مثال:

به کدهای ASCII هفت بیتی زیر، بیت توازن زوج اضافه نمایید.

1000001   1001100   1001001

مثال: کد گری

کد گری متناظر با عدد باینری شانزده بیتی زیر را بنویسید.

$(0101010100000000)_2$

فهرست مطالب

- ☑ سیستم دیجیتال
- ☑ مبنای اعداد
- ☑ تبدیل مبنای اعداد
- ☑ مکمل
- ☑ تفریق با استفاده از مکمل
- ☑ اعداد باینری علامت‌دار
- ☑ جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- ☑ کدهای باینری
- ☐ ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- ☐ منطق باینری

❖ کد تشخیص خطا

- بیت توازن (Parity)
  - ✓ توازن زوج: تعداد بیت‌های ۱ با لحاظ کردن بیت توازن تعداد زوجی می‌شود.
  - ✓ توازن فرد: تعداد بیت‌های ۱ با لحاظ کردن بیت توازن تعداد فردی می‌شود.

واژه‌نامه:

بیت توازن	Parity bit

ثبات‌ها و حافظه‌های باینری

❖ **معرفی اصطلاحات**

- ➢ سلول باینری: موجودیت فیزیکی که دارای دو وضعیت پایدار (صفر و یک) است.
- ➢ ثبات: مجموعه‌ای از سلول‌های باینری

0	0	0	1	0	1	1	0

- ➢ سیستم دیجیتال: مجموعه‌ای شامل ثبات‌ها و مدارهای منطقی

واژه‌نامه:

سلول باینری	Binary cell
ثبات	register

مثال:

یک ثبات ۱۶ بیتی با محتوای زیر را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های زیر تعیین کنید محتوای ثبات نشانگر چیست.

0100100101010010

الف: عدد باینری

ب: کد اسکی با توازن فرد

ج: عدد دهدهی چهار رقمی در کد BCD

د: عدد دهدهی چهار رقمی در کد افزونی ۳

USASCII code chart

$b_7 b_6 b_5$ →					000	001	010	011	100	101	110	111
b_4	b_3	b_2	b_1	Row \ Column	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0	0	0	1	1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0	0	1	0	2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0	0	1	1	3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0	1	0	0	4	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0	1	0	1	5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0	1	1	0	6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0	1	1	1	7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1	0	0	0	8	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1	0	0	1	9	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1	0	1	0	10	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1	0	1	1	11	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1	1	0	0	12	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1	1	0	1	13	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1	1	1	0	14	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1	1	1	1	15	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

فهرست مطالب

در ابتدای این بحث، تعریفی عملکردی از سیستم دیجیتال ارائه گردید:

«سیستمی که به دستکاری اجزای گسسته‌ای از اطلاعات می‌پردازد.»

از لحاظ ساختاری، سیستم دیجیتال به طور کلی از دو بخش اصلی «ثبات‌ها» و «مدارهای منطقی» تشکیل شده است.

- ➢ ثبات‌ها از سلول‌های باینری تشکیل شده‌اند که سلول باینری خود یک موجودیت فیزیکی است که دارای دو وضعیت پایدار «صفر و یک» است.
- ➢ مدارهای منطقی نیز از گیت‌ها تشکیل شده‌اند.

منطق باینری

❖ متغیرها

❖ عمل‌ها

❖ تابع‌ها

❖ **متغیرها:**

متغیر باینری کمیتی است دارای دو ارزش گسسته که این دو ارزش می‌تواند به شیوه‌های مختلفی نام‌گذاری گردد؛ مثل 0 و 1، درست و غلط، بله و خیر، روشن و خاموش، قطع و وصل

❖ **عمل‌ها:**

- (.) AND
- (+)| OR
- (') NOT

Binary

Unary

❖ **عمل‌ها:**

منطق باینری متفاوت از حساب باینری است.

- (.) AND
- (+)| OR
- (') NOT

Binary

Unary

مثال:

متغیر منطقی — عمل منطقی

منطق باینری: 1 + 1 = 1 — 1 or 1 equals 1

حساب باینری: 1 + 1 =10 — 1 plus 1 equals 10

متغیر حسابی — عمل حسابی

❖ **تابع‌ها:**

تابع عبارتی شامل متغیرها، عمل‌ها، ثابت‌ها و نمادهای گروه‌بندی است.

F (variables) = expression

Operators +, . , '

Variables

Constants

Grouping (paranthesis)

مثال:

F (x,y) = x.y

G (x,y) = x+y

H (x) = x'

I (w,x,y,z) = w . (w' + (x . y') + z + 0)

❖ نمودار زمانی:

در نمودار زمانی، محور افقی زمان و محور عمودی نشانگر سیگنال‌ها (ورودی-خروجی) می‌باشد.

مثال: نمودار زمانی

نمودار زمانی مربوط به هر یک از توابع منطقی زیر را رسم کنید.

الف: $F(x,y) = x.y$

ب: $G(x,y) = x + y$

ج: $H(x) = x'$

واژه‌نامه:

گذر	transition

❖ جدول درستی:

جدولی شامل تمام ترکیب‌های ممکن برای متغیرهای یک تابع منطقی که وضعیت عبارت منطقی در هر حالت نیز در آن به طور یکتا مشخص شده است.

مثال: جدول درستی

جدول درستی مربوط به هر یک از توابع منطقی زیر را رسم کنید.

الف: $F(x,y) = x.y$

ب: $G(x,y) = x + y$

ج: $H(x) = x'$

اگر تابعی به n متغیر وابسته باشد، جدول درستی آن شامل چند سطر خواهد بود؟

❖ جمع‌بندی شیوه‌های بازنمایی:

- جدول درستی
- عبارت منطقی
- شماتیک مداری

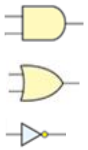
اگر دو عبارت دارای جدول درستی یکسانی باشند آن دو عبارت معادل‌اند. از این ویژگی می‌توان برای اثبات قضیه‌ها استفاده نمود.

با افزایش تعداد متغیرها، اندازه‌ی جدول درستی به صورت نمایی بزرگ می‌شود و این انگیزه‌ایست برای استفاده از جبر بول.

❖ ارتباط منطق باینری و مدار منطقی:

منطق باینری	مدار منطقی
متغیرها	سیگنال‌های ورودی
عمل‌ها	گیت‌ها (AND , OR , NOT)
مقدار تابع	سیگنال خروجی

گیت های منطقی، مدارهای الکترونیکی هستند که روی یک یا چند سیگنال ورودی عمل می‌کنند تا یک سیگنال خروجی تولید نمایند.



❖ ضرورت ساده‌سازی طرح:

با ساده سازی طرح می‌توان تعداد گیت‌های مدار و تعداد لایه‌های مدار را کاهش داد.

کاهش هزینه‌ها و ابعاد

افزایش سرعت مدار

تاخیر انتشار:
مدت زمان لازم برای مشاهده‌ی اثر تغییر ورودی در خروجی

مثال:

شماتیک مدار منطقی متناظر با تابع منطقی زیر را رسم کنید.

F(x,y,z) = x'y + yz'

❖ معرفی چند اصطلاح

- لیترال: هر یک از متغیرها یا مکمل آنها که در عبارت منطقی ظاهر می‌گردد.
- عبارت جمع: بخشی از عبارت منطقی که در آن لیترال‌ها با عمل **OR** (+) به هم متصل شده‌اند.
- عبارت ضرب: بخشی از عبارت منطقی که در آن لیترال‌ها با عمل **AND**(.) به هم متصل شده‌اند.

مثال برای لیترال: x , A , B'

مثال برای عبارت جمع: x + y' , A+B+C

مثال برای عبارت ضرب: x . y , A.B.C'.D'

مثال: اثر ساده‌سازی طرح بر اندازه‌ی مدار و تاخیر انتشار

توابع منطقی زیر را در نظر بگیرید

$$F(x,y,z) = x.y + x.y.z$$

$$G(x,y,z) = x.y$$

الف: با استفاده از جدول درستی، معادل بودن دو تابع را بررسی نمایید.

ب: برای پیاده‌سازی هر تابع، به چه تعداد گیت منطقی و چند لایه مدار نیاز است؟

مثال:

عبارت x'y'z+x'yz+xy' شامل چند لیترال و چند جمله حاصل ضرب است.

❖ رفتار حالت ماندگار و رفتار دینامیک:

گرچه دیجیتال بر اساس دو سطح گسسته بنا نهاده شده است ولی در عمل، قطعات الکترونیک که اجزای سازنده قطعات هستند رفتاری پیوسته دارند.

منطق باینری برای توصیف رفتار حالت ماندگار سیستم‌های دیجیتال مناسب است ولی لازم است به رفتار دینامیک نیز توجه نماییم.

واژه‌نامه:

رفتار حالت ماندگار	Steady state behavior
رفتار دینامیک	Dynamic behavior

- ❑ مشخصه‌ی ورودی-خروجی گیت NOT
- ❑ شماتیک مداری

فهرست مطالب